



PRIVATE PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE DER DIÖZESE LINZ

# **MASTERARBEIT**

**zum Abschluss des  
Masterstudiums für das Lehramt Primarstufe**

**Wege zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins –  
Einblick in pädagogische Herangehensweisen**

vorgelegt von

**Nadine Hornbachner, BEd**

Betreuung:

Mag.<sup>a</sup> Dr.<sup>in</sup> Nina Jelinek

Fachdidaktik

Matrikelnummer:

41800489

Wortanzahl:

21105

Linz, 08. August 2023

## Zusammenfassung

Die vorliegende Masterarbeit beleuchtet die unterschiedlichen Wege der Erarbeitung des kleinen Einmaleins mit Fokus auf den ganzheitlichen Ansatz und eruiert, welcher Ansatz von Lehrkräften in der Praxis bevorzugt wird. Obwohl die ganzheitliche Erarbeitung an pädagogischen Hochschulen als vorteilhaft gelehrt wird, stellt sich die Frage, ob Lehrkräfte diesen Ansatz auch in ihren Schulen umsetzen und sich seiner Vorteile bewusst sind.

Die Forschungsfragen dazu lauten:

- Inwiefern unterstützen Lehrkräfte aus niederösterreichischen Volksschulen Schülerinnen und Schüler dabei, das kleine Einmaleins zu verstehen?
- Inwieweit werden Lehrkräfte durch Schulbücher bei der ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins unterstützt?

Die Studie beinhaltet eine Befragung von Lehrkräften aus niederösterreichischen Volksschulen, um Auskunft darüber zu erhalten, ob sie strategiegeleitetes Erarbeiten des kleinen Einmaleins bevorzugen oder den traditionellen Weg des Auswendiglernens priorisieren. Dabei wird auch zwischen Ableiten innerhalb einer Reihe und konsequent ganzheitlicher Erarbeitung unterschieden. Zudem werden die Gründe für ihre Wahl und die eingesetzten Hilfsmittel und Materialien im Unterricht erfragt. Die Analyse der verwendeten Schulbücher zeigt, inwieweit sie mit dem ganzheitlichen Ansatz kompatibel sind.

Durch die Kombination von Befragungen und der Schulbuchanalyse entsteht ein umfassendes Bild darüber, wie Lehrkräfte das kleine Einmaleins vermitteln und welcher Ansatz in der Praxis vorherrscht.

Die Ergebnisse dieser Masterarbeit zeigen, dass niederösterreichische Lehrkräfte großen Wert darauf legen, dass Schülerinnen und Schüler ein tiefgreifendes Verständnis für das Malnehmen entwickeln. Allerdings sind sie gleichzeitig davon überzeugt, dass es dennoch immer Kinder geben wird, die das Einmaleins auf traditionelle Weise auswendig lernen.

## Abstract

This master's thesis examines the different ways of teaching multiplication tables with a focus on the holistic approach and investigates which approach is preferred by teachers in practice. Although the holistic approach is taught at teacher training colleges as beneficial, the question arises whether teachers also implement this approach in their schools and are aware of its advantages.

The research questions are:

- To what extent do teachers from Lower Austrian elementary schools support students in understanding multiplication tables?
- To what extent do textbooks support teachers in the holistic development of the multiplication tables?

The thesis includes a survey of teachers from Lower Austrian elementary schools to find out whether they prefer strategy-guided learning of the multiplication tables or prioritize the traditional way of memorization. A distinction is also made between derivation within a series and consistent holistic elaboration. In addition, the reasons for their choice and the aids and materials used in class are inquired about. The analysis of the textbooks used shows to what extent they are compatible with the holistic approach.

By combining interviews and textbook analysis, a comprehensive picture emerges of how teachers teach the multiplication tables and which approach prevails in practice.

The results of this master's thesis show that Lower Austrian teachers attach great importance to students developing a deep understanding of multiplication tables. However, at the same time, they are convinced that there will always be children who learn the multiplication tables by heart in the traditional way.

## Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung.....	6
2. Erarbeitung des kleinen Einmaleins .....	10
2.1 Begriff – Ganzheitlichkeit .....	10
2.2 Konzepte zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins.....	11
2.3 Lehrplan und Bildungsstandards .....	15
3. Mathematische Grundlagen für das kleine Einmaleins.....	17
3.1 Verständnis für Einer und Zehner .....	17
3.2 Nicht-zählendes Rechnen.....	18
3.3 Das Hundertpunktfeld .....	19
4. Grundvorstellung für das Malnehmen aufbauen.....	20
4.1 Vorwissen nutzen - Bezüge zur Lebenswelt herstellen.....	21
4.2 Handelndes Lernen – zeitlich-sukzessiv .....	22
4.3 Unterscheidung von Multiplikator und Multiplikand .....	23
4.4 Malaufgaben in Bildern und Abbildungen .....	24
4.5 Wiederholte Addition.....	25
4.6 Malaufgaben in Sachproblemen und Rechengeschichten .....	26
4.7 Hundertpunktfeld und Tauschgesetz .....	27
4.8 Unzureichendes Aufbauen von Grundvorstellungen.....	29
5. Rechengesetze .....	31
5.1 Kommutativ- oder Vertauschungsgesetz .....	31
5.2 Assoziativ- oder Verbindungsgesetz.....	32
5.3 Distributiv- oder Verteilungsgesetz .....	33
6. Die ganzheitliche Erarbeitung.....	35
6.1 Von leichten zu schwierigeren Aufgaben.....	35
6.2 Eigenständige Ableitungsentdeckungen.....	38
6.3 Einmaleinstafel .....	39
6.4 Reihenfolge der Malreihen in der Erarbeitung .....	40
6.5 Automatisierung des kleinen Einmaleins .....	40
6.6 Fehlerstrategien.....	42
7. Die Rolle der Lehrkraft .....	45

8. Bestehende Forschungsergebnisse .....	48
Empirische Forschung .....	52
9. Methodik.....	52
9.1 Ziele und Fragestellungen .....	52
9.2 Erhebungsinstrument – Leitfadeninterview .....	54
9.3 Auswahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer.....	55
9.4 Erhebung und Aufbereitung der Daten .....	57
9.5 Auswertung der Daten .....	58
10. Ergebnisse – Leitfadeninterview .....	59
10.1 Erfahrung aus eigener Grundschulzeit.....	59
10.2 Vor- und Nachteile des traditionellen Ansatzes .....	60
10.3 Erarbeitungsansatz im eigenen Unterricht.....	62
10.4 Verwendete Materialien bei der Erarbeitung.....	62
10.5 Schulbuch – ganzheitlicher Ansatz .....	64
10.6 Die Rolle der Lehrkraft.....	65
10.7 Ganzheitlicher Ansatz und rechenschwache Kinder.....	67
11. Schulbuchanalyse .....	70
11.1 Schulbuch 1 – Alles Klar!.....	71
11.2 Schulbuch 2 - MiniMax.....	76
11.3 Schulbuch 3 – Flex und Flo .....	82
11.4 Schulbuch 4 – Das Zahlenbuch .....	86
11.5 Schulbuch 5 – Zahlenreise .....	89
11.6 Vergleich der ausgewählten Schulbücher.....	95
12. Diskussion und Ausblick .....	99
Analysierte Schulbücher: .....	106
Literaturverzeichnis.....	107
Abbildungsverzeichnis .....	112
Tabellenverzeichnis .....	114
Anhang .....	115
Eidesstattliche Erklärung .....	118

## 1. Einleitung

Eine solide Beherrschung des kleinen Einmaleins ist unerlässlich für den Fortschritt von Schülerinnen und Schülern im Fach Mathematik. Bereits in der vierten Schulstufe kann es bei fehlenden Kenntnissen des kleinen Einmaleins zu Schwierigkeiten bei der schriftlichen Multiplikation führen. Somit ist die Erarbeitung des kleinen Einmaleins im zweiten Schuljahr ein großes Thema (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2013, S. 9).

Dennoch kommt es häufig vor, dass Schülerinnen und Schüler aus höheren Schulstufen die Malaufgaben nicht aus dem Stegreif abrufen können. Grund dafür könnte sein, dass bereits bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins zu wenig darauf geachtet wird, die Kinder dabei zu unterstützen, ein Verständnis für das aufzubauen was sie tun. Viele Abneigungen oder Misserfolge in Mathematik entstehen aus der Tatsache, dass die Grundlagen in der Primarstufe nicht ausreichend gelegt wurden, wie es der Lehrplan vorgibt (Keil, 2010, S. 4).

Die Art, wie mit Kindern das kleine Einmaleins erarbeitet wird, ist ausschlaggebend für das Verständnis, das Schülerinnen und Schüler für das Malnehmen entwickeln. Bevor jedoch der Malbegriff überhaupt thematisiert wird, sind ausreichend Vorkenntnisse aufzubauen. Erst mit den notwendigen Grundlagen ist ein Vernetzen verschiedener Malaufgaben überhaupt möglich. Des Weiteren spielen die verwendeten Materialien und deren Einführung eine wesentliche Rolle bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins.

Daraus ergeben sich folgende Fragestellungen, die durch diese Arbeit beantwortet werden sollen:

Inwiefern unterstützen Lehrkräfte aus niederösterreichischen Volksschulen Schülerinnen und Schüler dabei, das kleine Einmaleins zu verstehen?

Inwieweit werden Lehrkräfte durch Schulbücher bei der ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins unterstützt?

Diese Arbeit besteht aus einem Theorieteil und einem Forschungsteil, der wiederum aus zwei Teilen besteht.

Der Theorieteil dieser vorliegende Masterarbeit widmet sich der Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Dabei steht die ganzheitliche Vermittlung im Fokus, um bei den Schülerinnen und Schülern ein fundiertes Verständnis und eine sichere Anwendung des Einmaleins zu fördern. Das kleine Einmaleins bildet eine essenzielle Grundlage für weitere mathematische Kompetenzen und ist daher von besonderer Bedeutung im Lehrplan und den Bildungsstandards.

Das zweite Kapitel beginnt mit einer allgemeinen Einleitung zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Dabei werden die verschiedenen Konzepte der Erarbeitung vorgestellt. Erläutert werden sowohl der traditionelle Ansatz, als auch das Ableiten innerhalb einer Reihe, sowie der konsequent ganzheitliche Ansatz. Über die beiden letzten Konzepte folgt ein Vergleich.

Das dritte Kapitel befasst sich mit den mathematischen Grundlagen, die Schülerinnen und Schüler benötigen, noch bevor mit der Erarbeitung des kleinen Einmaleins begonnen werden kann. Es werden die grundlegenden Konzepte des Einer- und Zehnerverständnisses erläutert sowie das nicht-zählende Rechnen als wichtige Voraussetzung für das Einmaleins behandelt. Zudem wird das Hundertpunktefeld als Hilfsmittel zur Veranschaulichung von Malaufgaben vorgestellt.

Im vierten Kapitel wird der Aufbau der Grundvorstellung für das Malnehmen behandelt. Hierbei wird auf die Nutzung vorhandenen Wissens und den Bezug zur Lebenswelt der Kinder eingegangen. Handelndes Lernen und die Unterscheidung zwischen Multiplikator und Multiplikand spielen dabei eine zentrale Rolle. Des Weiteren werden verschiedene Methoden zur Darstellung von Malaufgaben und deren Anwendung in Sachproblemen und Rechengeschichten betrachtet.

Das fünfte Kapitel beschäftigt sich mit den Rechengesetzen im Zusammenhang mit dem kleinen Einmaleins. Das Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz werden erläutert und in Bezug zum Einmaleins gesetzt.

Die ganzheitliche Erarbeitung des kleinen Einmaleins steht im Mittelpunkt des sechsten Kapitels. Dabei wird der Fokus auf eine schrittweise Steigerung der Aufgabenkomplexität gelegt und die Schülerinnen und Schüler werden zur eigenständigen Entdeckung von Ableitungen angeregt. Die Einmaleinstafel und die Reihenfolge der Malreihen in der Erarbeitung spielen hierbei eine wichtige Rolle. Zudem wird die Automatisierung des Einmaleins behandelt und auf mögliche Fehlerstrategien eingegangen.

Im siebten Kapitel wird die Rolle der Lehrkraft im mathematischen Unterricht betrachtet. Dabei wird erörtert, wie sie die Schülerinnen und Schüler beim Erwerb des Einmaleins unterstützen und begleiten kann.

Abschließend werden im achten Kapitel bestehende Forschungsergebnisse zum Thema vorgestellt.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde nicht nur eine theoretische Analyse zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins durchgeführt, sondern auch ein empirischer Teil, der auf eine Interviewstudie mit Volksschullehrern aus Niederösterreich und eine Schulbuchanalyse basiert. Die Integration eines empirischen Ansatzes ermöglicht es, Einblicke in die tatsächliche Unterrichtspraxis zu gewinnen und die theoretischen Erkenntnisse durch praktische Erfahrungen zu ergänzen und zu validieren.

Der empirische Teil dieser Arbeit verfolgt das Ziel, die Einschätzungen und Erfahrungen der Lehrkräfte in Bezug auf die Vermittlung des kleinen Einmaleins zu erfassen. Durch die Durchführung von strukturierten Interviews mit qualifizierten Lehrerinnen und Lehrern aus der Volksschule wird eine umfassende Datengrundlage geschaffen, die es ermöglicht, Einblicke in verschiedene Unterrichtsstile, Methoden und Herausforderungen bei der Erarbeitung des Einmaleins zu erhalten. Die befragten Lehrpersonen wurden gezielt aus Niederösterreich ausgewählt, um regionale Besonderheiten und mögliche Unterschiede in der Unterrichtspraxis zu berücksichtigen.

Zusätzlich zur Interviewstudie wurde eine umfassende Analyse der Schulbücher durchgeführt, die von den befragten Lehrkräften verwendet werden. Diese Schulbuchanalyse zielt darauf ab, die darin enthaltenen didaktischen Ansätze und Lehrmethoden für das kleine Einmaleins zu identifizieren und zu bewerten. Dabei sollen mögliche Übereinstimmungen oder Diskrepanzen zwischen den theoretischen Grundlagen und der tatsächlichen Umsetzung im Unterricht aufgezeigt werden.

Die Kombination aus Interviewstudie und Schulbuchanalyse bietet die Möglichkeit, die Sichtweisen und Praktiken der Lehrkräfte mit den offiziellen Lehrmaterialien in Beziehung zu setzen.

Insgesamt bietet die Kombination aus theoretischem und empirischem Ansatz eine solide Grundlage für die Untersuchung der Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Die Erkenntnisse aus beiden Teilen der Arbeit ergänzen sich gegenseitig und ermöglichen eine fundierte und umfassende Auseinandersetzung mit diesem wichtigen Thema im mathematischen Unterricht der Volksschule.

## 2. Erarbeitung des kleinen Einmaleins

In diesem Kapitel werden wichtige Aspekte im Zusammenhang mit der Erarbeitung des kleinen Einmaleins beleuchtet. Zunächst wird der Begriff der Ganzheitlichkeit näher erläutert. Im Anschluss werden die verschiedenen Ansätze für die Erarbeitung des kleinen Einmaleins erklärt und verglichen. Im nächsten Schritt werden relevante Passagen aus dem Lehrplan der Volksschule und den Bildungsstandards in Bezug auf das kleine Einmaleins zusammengefasst. Dabei wird die Bedeutung eines tiefen Verständnisses des Einmaleins betont und auf die Notwendigkeit strategiegeleiteter Erarbeitung hingewiesen, um den Schülerinnen und Schülern ein nachhaltiges mathematisches Lernen zu ermöglichen.

### 2.1 Begriff – Ganzheitlichkeit

Da der Begriff „Ganzheitlichkeit“ in dieser Arbeit häufig vorkommt, soll er in diesem Kapitel genauer erläutert werden.

Faust und Hojdeger (2004, S. 16) beschreiben Ganzheitlichkeit als eine Idee und somit Gegenstand von Erkenntnis. Im Allgemeinen werden mehrere Teile miteinander verbunden, die gemeinsam eine Einheit (das Ganze) bilden. Dabei geht diese Einheit über die bloße Summe der Teile hinaus. Ganzheit ist der Zusammenhang, der die einzelnen Teile ordnet und gliedert. Die einzelnen Teile können nur im Kontext des Ganzen verstanden werden. Es herrscht also eine untrennbare Verbindung zwischen den Teilen und dem Gesamtgefüge.

Die Erziehungswissenschaftlerin Renate Zimmer (2012, S. 25ff) beschreibt den Wahrnehmungsprozess als einen ganzheitlichen Vorgang. Mehrere Sinne wirken dabei zusammen und führen zu einer „Gesamtsinnesempfindung“. Erfahrungen, die bereits gesammelt wurden, werden mit neuen Erfahrungen verknüpft.

„Wir nehmen unsere Umwelt nicht mit einzelnen Sinnesorganen wahr, sondern mit unserer ganzen Person, zu der auch Gefühle, Erwartungen, Erfahrungen und Erinnertes gehören.“

## 2.2 Konzepte zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins

Bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins können verschiedene Ansätze herangezogen werden. Unterschieden wird zwischen dem Traditionellen Ansatz, dem Ableiten innerhalb einer Reihe und dem konsequent ganzheitlichen Ansatz (Engler, 2022, S. 75). Im Folgenden werden diese verschiedenen Ansätze genauer erläutert.

Der Traditionelle Ansatz gilt als veraltet und rückt immer mehr in den Hintergrund (Engler, 2022, S. 75).

Bei diesem Ansatz werden die Malreihen Schritt für Schritt nacheinander auswendig gelernt, ohne dass sich die Kinder mit Zusammenhängen zwischen den Aufgaben beschäftigen müssen (Padberg & Benz, 2011, S. 138f; Gaidoschik, 2014, S. 15f).

Die meisten Erwachsenen haben das kleine Einmaleins vermutlich in der eigenen Grundschulzeit noch auf diese Weise gelernt. Für Kinder mit Lernschwächen scheint dieser Weg häufig am einfachsten, da sie kein Verständnis für Zahlen brauchen und dennoch die Malreihen auswendig lernen können (Krauthausen, 2017, S. 70).

Diesen Schülerinnen und Schülern wird es jedoch schwieriger fallen, die Multiplikationen im Langzeitgedächtnis zu behalten, wenn ein Ableiten von anderen Aufgaben aufgrund von fehlendem Verständnis nicht möglich ist (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2013, S. 9; Krauthausen, 2017, S. 71).

Zusätzlich zu dem beschriebenen traditionellen Weg der Erarbeitung beschreiben sowohl Padberg und Benz (2011, S. 138) als auch Gaidoschik (2014, S. 15f) zwei weitere Möglichkeiten der Erarbeitung. Diese beiden Wege ermöglichen im Gegensatz zum traditionellen Weg, den im

Lehrplan der Volksschule (2003, S. 3) angeführten Anforderungen gerecht zu werden: „Um flexibles Rechnen zu fördern, ist besonderer Wert auf das Verstehen der Zusammenhänge zwischen den Operationen und auf das Entdecken und Anwenden verschiedener Lösungsstrategien und Rechenregeln zulegen.“

Bei beiden Wegen der Erarbeitung werden Rechenstrategien zur Herleitung verwendet. Dennoch lässt sich bei genauerer Betrachtung ein wesentlicher Unterschied erkennen. Bei Padberg und Benz werden die Malaufgaben innerhalb einer Reihe abgeleitet, Gaidoschik verfolgt den konsequent ganzheitlichen Ansatz. Der Unterschied zwischen diesen beiden Varianten wird im Folgenden genauer beschrieben.

Beim Ableiten innerhalb einer Reihe sollen nach Padberg und Benz (2011, S. 139ff) die Zusammenhänge von verschiedenen Malreihen bei der Erarbeitung ausgenutzt werden. Einerseits sollen Malreihen mit Hilfe von Strategien hergeleitet werden können, andererseits sollte auch systematisch bei der Erarbeitung vorgegangen werden. Stützaufgaben, sogenannte Königsaufgaben gibt es in jeder Malreihe. Diese helfen bei der Herleitung von schwierigeren Aufgaben.

In Verbindung gebracht werden die 5er mit der 10er Reihe, die 2er mit der 4er und mit der 8er Reihe.

Somit beschreiben Padberg und Benz (2011, S.142) eine sinnvolle Reihenfolge zum Erarbeiten, die auch häufig in Schulbüchern zu finden ist, wie folgt:

5er, 10er, 2er, 4er, 8er, 3er, 6er, 9er, 7er

Zuletzt wird zumeist die 7er Reihe behandelt, da diese am wenigsten Zusammenhänge zu andere Malreihen aufweist. In manchen Fällen wird die 2er Reihe der 5er und der 10er vorgezogen.

Zu Beginn der Erarbeitung konzentriert man sich hauptsächlich auf die einfachen Malreihen, um diese als Stützpunktaufgaben (Königsaufgaben, Kernaufgaben, ...) abrufbereit zu haben. Dazu zählen die 1er, 2er, 5er und die 10er Reihe. Am leichtesten zu merken sind die 1er und die

10er Reihe. Die 2er ergibt sich beim Verdoppeln und die 5er beim Halbieren. Aus diesen lassen sich dann viele andere Malaufgaben herleiten, denn alleine durch Tauschaufgaben und Nachbaraufgaben lassen sich viele weitere Malaufgaben herleiten.

Ein Nachteil beim Ableiten innerhalb einer Reihe ist, dass Schülerinnen und Schüler nach dem sie zum Beispiel  $6 \times 7$  ausgerechnet haben, bei  $7 \times 6$  wieder zu rechnen beginnen, da sie die Sechserreihe zu einem anderen Zeitpunkt als die Siebenerreihe gelernt haben (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 120). Bei der ganzheitlichen Erarbeitung hingegen, geht es genau darum, solche Beziehungen zu nutzen.

Michael Gaidoschik ist Professor für Didaktik der Mathematik im Primarbereich. Er vertritt den konsequent ganzheitlichen Ansatz und ist der Meinung, dass sich alle einfachen Malaufgaben auf alle Malreihen übertragen lassen und somit alle Malreihen gleichzeitig behandelt werden sollen (Gaidoschik, 2014, S. 16ff). Zusammenhänge und angewendete Strategien sollen von Beginn an auf das gesamte Einmaleins übertragen werden. Würde man eine Malreihe nach der anderen, also von der Einserreihe ( $1 \times 1$ ,  $2 \times 1$ , ...) bis zur Zehnerreihe ( $1 \times 10$ ,  $2 \times 10$ , ...) geordnet erarbeiten, so würden die Zusammenhänge schwieriger zu verstehen sein. „Deshalb gibt es in einem konsequent ganzheitlichen Zugang diese Abtrennung nicht“ (Gaidoschik, 2014, S. 17). Bei der ganzheitlichen Methode werden die Malreihen anders geordnet. Es wird bei der Erarbeitung darauf geachtet, dass einfache Aufgaben, Aufgaben, die leicht im Gedächtnis bleiben, zuerst gelernt werden. Von denen werden dann schwierigere Aufgaben hergeleitet. Die einzelnen Reihen spielen somit keine Rolle.

Der ganzheitliche Ansatz hilft den Kindern, ein Verständnis für die Malaufgaben aufzubauen. Das Einmaleins wird nicht einfach auswendig gelernt, wie Gaidoschik (2014, S. 18) dies mit dem Auswendiglernen eines Gedichtes vergleicht, sondern den Kindern wird der Weg über eigenständiges Erforschen geboten. Die Schülerinnen und Schüler bekommen

über die ganzheitliche Erarbeitung die Möglichkeit, Zusammenhänge selbst zu erkennen.

Als wesentlich beschreibt Gaidoschik (2014, S. 20f), Strategien von Beginn an mit den Kindern zu fokussieren. Im Vordergrund steht das Thematisieren des Tauschgesetzes, um die zu merkenden Malreihen zu reduzieren, die Ermittlung der Zweierreihe über Verdoppeln und die Erarbeitung der Fünferreihe über Halbieren. Das Auswendigwissen der Fünferreihe folgt schließlich durch stetiges Ableiten von der Zehnerreihe. Die Aufgaben werden somit nicht auswendiggelernt, sondern automatisiert. Auch bei allen weiteren Malaufgaben geht es zunächst darum, das Einmaleins zu erforschen. Dabei ist es vordergründig, über Ableitungen die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben zu verstehen. Durch regelmäßiges Üben gelangen die Schülerinnen und Schüler dann zum Automatisieren der Malaufgaben.

Gaidoschik (2014, S. 24) ist zudem der Meinung, dass sich das ganzheitliche Erlernen des Einmaleins auch für rechenschwache Kinder bewährt und Rechenstarke es noch schneller erlernen können.

Vergleicht man die ganzheitliche Erarbeitung nach Padberg und Benz mit der ganzheitlichen Erarbeitung nach Gaidoschik, so lassen sich viele Parallelen erkennen. Jedoch bezieht sich Gaidoschik bereits bei den Kernaufgaben viel deutlicher auf die Strategieanwendungen wie Tauschen, Verdoppeln oder Halbieren, während sich Padberg und Benz bei den Kernaufgaben auf die gesamte 1er, 2er, 5er und 10er- Reihe referenzieren. Bei Padberg und Benz werden die genannten Reihen zu Beginn der Erarbeitung fokussiert. Gaidoschik stellt gleich zu Beginn die Strategien Tauschen, Verdoppeln ( $\times 2$ ) und Halbieren ( $\times 5$ ) in den Vordergrund und begründet so die Kernaufgaben. Bei beiden Varianten geht es darum, dass die Kinder Ableitungsstrategien kennenlernen und das kleine Einmaleins somit verstehen und nicht nur auswendig lernen, wie dies zu Beginn beim traditionellen Ansatz erläutert wurde.

## 2.3 Lehrplan und Bildungsstandards

Bis zum Ende der 2. Schulstufe sollen Schülerinnen und Schüler laut dem Lehrplan der Volksschule (2003, S. 1ff) grundlegende Erfahrungen mit multiplikativen Operationen im Zahlenraum 100 sammeln. Dies soll durch konkretes Handeln und bildhaftes Darstellen erfolgen. Außerdem soll ein Verständnis für „multiplikative Beziehungen auch unter Verwendung der Null“ aufgebaut werden, was den traditionellen Weg des Auswendiglernens ausschließt und eine verständnisbasierte Erarbeitung erfordert. Des Weiteren wird im Lehrplan erwähnt, dass beim Erarbeiten Zusammenhänge „wie fortgesetztes Addieren, Verdoppeln, Halbieren, Vertauschen, Zerlegen“ beachtet werden sollen, was wiederum auf die strategiegeleitete Erarbeitung hindeutet.

Ein weiterer Aspekt, der auf den ganzheitlichen Ansatz hinweist, ist die Betonung von Problemdarstellungen. Schülerinnen und Schülern sollen verschiedene Probleme vorgelegt werden, die sie dazu anregen, nach Lösungswegen zu suchen. Dies fördert die Problemlösefähigkeiten der Kinder und bahnt ein tieferes Verständnis für mathematische Zusammenhänge und Operationen an. „Das Einbinden von Tauschaufgaben, Nachbaraufgaben, Umkehraufgaben, Analogieaufgaben und Probeaufgaben“ begünstigt, dass Schülerinnen und Schüler verschiedene Strategien nutzen und ihre mathematischen Fähigkeiten vielseitig einsetzen können. Durch das Erkennen von Zusammenhängen können die Kinder ihr Wissen flexibel anwenden (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2003, S. 18ff).

In den Bildungsstandards für Mathematik (2009, S. 2f) ist beim Kompetenzbereich „Problemlösen“ herauszulesen, dass Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der Grundschulzeit fähig sein sollen, verschiedene Lösungswege anzuwenden, um mathematische Probleme lösen zu können. Sie sollen lernen, flexibel zu denken, verschiedene Lösungswege zu erkennen und passende Strategien einzusetzen. Dies ist nicht nur in

der Mathematik, sondern auch in anderen Bereichen des Lebens von Bedeutung.

Dem Kompetenzbereich „Arbeiten mit Operationen“ ist zu entnehmen, dass Schülerinnen und Schüler fähig sein sollen, die Zusammenhänge zwischen den Grundrechenarten zu erklären und verschiedene Aufgabentypen wie Tausch,- Nachbar- und Analogieaufgaben zu nutzen. Dazu ist ein fundiertes Verständnis der Grundrechenarten notwendig. Dies befähigt die Kinder zum flexiblen Denken und mathematische Probleme erfolgreich zu bewältigen.

Schülerinnen und Schüler sollen „multiplikative Grundaufgaben im Zahlenraum 100“ sicher und schnell beherrschen. Bei Rechenoperationen, die jedoch noch nicht automatisiert sind, soll es ihnen möglich sein, diese in Schritten herzuleiten.

Den angeführten Punkten aus dem Lehrplan der Volksschule und den österreichischen Bildungsstandards ist zu entnehmen, dass ein tiefes Verständnis der Rechenprozesse von Schülerinnen und Schülern gefordert wird. Somit ist eine strategiegeleitete Erarbeitung des Einmaleins unumgänglich. Über den traditionellen Weg, dem reinen Auswendiglernen der Erarbeitung, bei dem die Malreihen rein auswendig gelernt werden, könnten diese Forderungen nicht erfüllt werden.

### 3. Mathematische Grundlagen für das kleine Einmaleins

Bevor mit der Erarbeitung des kleinen Einmaleins im Unterricht begonnen werden kann, müssen die Kinder unbedingt über die nötigen Vorkenntnisse verfügen (Gaidoschik, 2014, S. 25). Ohne diese Vorkenntnisse kann kein Verständnis für das Malnehmen aufgebaut werden. Dazu zählen rechnerische Voraussetzungen und die Grundvorstellung des Malnehmens.

Wichtig ist dabei stets den Blick auf die Beziehungen zwischen Aufgaben zu richten. Es lohnt sich, diese Vorkenntnisse bis zur Mitte des zweiten Schuljahres zu fokussieren (Johann, 2004, S. 5).

Für Kinder, die bis dahin die nötigen Kenntnisse nicht aufbauen konnten, macht es laut Gaidoschik (2014, S. 27) keinen Sinn, diese wesentlichen Schritte zu überspringen. Damit Schülerinnen und Schüler Malaufgaben miteinander vernetzen können, müssen die nötigen Grundlagen dafür vorhanden sein.

Deshalb sollen in diesem Kapitel die grundlegenden Voraussetzungen für die Erarbeitung des kleinen Einmaleins betrachtet werden. Dazu zählen das Verständnis für Einer und Zehner sowie nicht-zählendes Rechnen. Zudem wird die Bedeutung des Hundertpunktefeldes als effektives Lehrmittel zur Vermittlung des Einmaleins diskutiert.

#### 3.1 Verständnis für Einer und Zehner

Grundsätzlich müssen Kinder ein Verständnis für das Dezimalsystem aufgebaut haben (Freeseemann, 2014, S. 91).

Gelingt dies nicht, mangelt es bei den Kindern an Verständnis für die Struktur der Zahlen und damit an der Grundlage für Rechenoperationen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 14).

Dass zweistellige Zahlen aus Zehnern und Einern bestehen, muss also ausreichend thematisiert werden. Bündelungsaufgaben sind dabei sehr hilfreich (Gaidoschik, 2014, S. 28ff). Schülerinnen und Schüler sollen

handelnd mit geeignetem Material (anfangs am besten unstrukturiertes Material) das Bündeln üben und verstehen. Damit dies gelingen kann ist es wichtig, das Material nicht auf den Zahlenraum 20 zu beschränken. Wurde ausreichend mit unstrukturiertem Material geübt, wird zu strukturiertem Material gegriffen, welches das Entbündeln zum Beispiel durch Tauschen einer Zehnerstange in Einerstücke oder durch das Tauschen eines 10€ Scheines in 10€ Münzen notwendig macht. Gaidoschik (2006, S. 89) warnt davor, Geld nicht zu früh zu verwenden, da es voraussetzt, dass die Schülerinnen und Schüler bereits wissen, dass 10 Euromünzen gleich viel sind wie ein 10 Euroschein.

### 3.2 Nicht-zählendes Rechnen

Im ersten Schuljahr ist es unbedingt erforderlich, die Beziehungen von Zahlen im Zahlenraum 10 gründlich zu erarbeiten. Additionen, Subtraktionen und Zahlenzerlegungen im Zahlenraum 10 müssen automatisiert werden. Dies ist Grundvoraussetzung, um auch im höheren Zahlenraum nichtzählend rechnen zu können. Auch die Zehnerüber- und Unterschreitung sollte bereits vor der Einführung des kleinen Einmaleins beherrscht werden (Gaidoschik, 2014, S.36f).

Die Schülerinnen und Schüler sollen in der Lage sein, Rechenaufgaben vor ihrem inneren Auge als mentales Bild zu visualisieren, ohne dass konkrete Materialien benötigt werden. Dies ist laut dem Professor des mathematischen Anfangsunterrichts Günter Krauthausen (2017, S. 64f) von zentraler Bedeutung, um sich von der Methode des zählenden Rechnens zu lösen.

Bevor also überhaupt mit der Erarbeitung des kleinen Einmaleins begonnen werden kann, sollten Schülerinnen und Schüler fähig sein, Mengen in Teilmengen zu gliedern und im Zahlenraum 100 zu addieren und zu subtrahieren. Verdoppelungsaufgaben und Halbierungsaufgaben spielen für die Erarbeitung der Malaufgaben ebenfalls eine bedeutende Rolle (Lorenz & Radatz, 1993, S. 138).

Wichtig ist, dass die Lehrperson regelmäßig den Rechenweg der Schülerinnen und Schüler hinterfragt (Gaidoschik, 2006, S. 90).

Bemerkt die Lehrkraft dabei, dass ein Kind die Lösung zählend ermittelt, ist dringend Förderung notwendig, um unerwünschte Folgewirkungen zu vermeiden. Denn durch das zählende Rechnen können Kinder keine mathematischen Zusammenhänge erkennen. Schülerinnen und Schüler entwickeln verschiedenste Strategien, um zu verheimlichen, dass sie ein Ergebnis zählend ermitteln. Diese gilt es für Lehrerinnen und Lehrer frühzeitig zu entdecken (Gaidoschik, 2006, S. 32ff).

### 3.3 Das Hundertpunktefeld

Um Zahlen anschaulich zu repräsentieren, werden greifbare Materialien und bildliche Darstellungen verwendet. Eine solche ikonische Darstellung findet sich beispielsweise im Hundertpunktefeld. Durch vielfältige Übungen sollen die Schülerinnen und Schüler eine flexible und fundierte Orientierung im Umgang mit Zahlen entwickeln. Dies ermöglicht eine solide Basis für mathematische Fähigkeiten und Denkprozesse (Krauthausen, 2017, S. 327).

Punktemuster sind bereits in frühen mathematischen Texten zu finden und wurden schon in der Antike zur Erforschung von Zusammenhängen zwischen Zahlen verwendet (Johann, 2004, S. 22).

Das Hundertpunktefeld erweist sich als äußerst nützlich für die Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Eine gründliche Einarbeitung der Kinder in dieses Material ist dabei unerlässlich, da es ihnen ermöglicht, die Struktur und Muster des Einmaleins visuell zu erfassen. Allerdings sollte darauf geachtet werden, nicht zu viele verschiedene Materialien gleichzeitig einzusetzen, da dies bei Schülerinnen und Schülern zu Verwirrung führen kann. Stattdessen ist es ratsam, jedes Material gezielt einzuführen und ausreichend Zeit für die Auseinandersetzung und das Verständnis zu ermöglichen (Gaidoschik, 2014, S. 33ff).

#### 4. Grundvorstellung für das Malnehmen aufbauen

Beim Aufbau der Grundvorstellung für das Malnehmen ist es wichtig, den Fokus auf die Malaufgabe und nicht auf das Ergebnis zu setzen. Natürlich darf den Kindern das Ergebnis genannt werden, wenn sie danach fragen, jedoch spielt dieses in dieser Phase noch keine bedeutende Rolle, da viele Kinder beim eigenständigen Eruiieren wieder auf das Abzählen zurückgreifen würden. Das Hauptaugenmerk liegt auf dem Vervielfachen, um eine gute Grundvorstellung aufzubauen (Gaidoschik, 2014, S. 52f).

Im ersten Teil dieses Kapitels steht die Nutzung vorhandenen Wissens und die Verknüpfung mit der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler im Fokus.

Der nächste Teil widmet sich dem handelnden Lernen und zeigt auf, wie Schülerinnen und Schüler durch sukzessives Handeln Malaufgaben erarbeiten können. Ein wichtiger Aspekt des Verständnisses von Malaufgaben, nämlich der Unterschied zwischen Multiplikator und Multiplikand, wird im Anschluss behandelt. Der nächste Abschnitt beschäftigt sich damit, wie Malaufgaben erkannt und zeichnerisch dargestellt werden können. Danach wird die Idee des Multiplizierens als zusammengefasste Addition erläutert. Darauffolgend werden Malaufgaben in Rechengeschichten und Sachproblemen eingebettet, um den Bezug zur Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler herzustellen. Im weiteren Verlauf wird das Punktefeld bzw. Hundertpunktefeld und das Tauschgesetz thematisiert. Anschließend werden erste Zusammenhänge zwischen Malaufgaben erkannt und genutzt, um ein tieferes Verständnis für das Multiplizieren zu entwickeln. Zum Schluss werden mögliche Herausforderungen bei der Entwicklung von Grundvorstellungen zu Malaufgaben besprochen und Lösungsansätze aufgezeigt.

## 4.1 Vorwissen nutzen - Bezüge zur Lebenswelt herstellen

Wenn Kinder bereits über ein Vorwissen verfügen, kann und soll an dieses im Unterricht angeknüpft werden. So, erklärt Peter Baireuther bereits 1999 (S. 66), wird auf die Erfahrungen der Kinder aufgebaut und die Grundvorstellungen erweitert.

Die Strukturierung des Unterrichtsstoffs zielt darauf ab, eine gut organisierte Wissensbasis zu schaffen. Dies erfordert eine passende Verbindung zwischen Vorwissen und neuem Stoff, um einen reibungslosen Wissenserwerb zu ermöglichen (Helmke, 2007).

Kinder sind bereits vor der Erarbeitung des Einmaleins fähig, mit unterschiedlichen Strategien Malaufgaben zu lösen.

Padberg und Benz (2011, S. 126f) beschreiben nach der Untersuchung verschiedener Studien unterschiedliche Wege, wie Kinder Malaufgaben lösen noch bevor das Einmaleins erarbeitet wurde:

- ➔ *Direktes Modellieren mit Material/Vollständiges Auszählen*  
*Das Gesamtergebnis wird in Einerschritten abgezählt.*
- ➔ *Rhythmisches Zählen in gleichgroßen Teilabschnitten (mit oder ohne Material)*  
*1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12*
- ➔ *Benutzung von Zahlenfolgen (mit oder ohne Material)*  
*3, 6, 9, 12*
- ➔ *Wiederholtes Addieren gleicher Summanden*  
 *$3 + 3 = 6$ ,  $6 + 3 = 9$ ,  $9 + 3 = 12$*
- ➔ *Multiplikative Rechnung*  
 *$4 \times 3 = 12$  (od.  $4 \times 3 = 2 \times 3 + 2 \times 3$ )*

Zu Beginn ist es von Bedeutung, das bereits vorhandene Wissen der Schülerinnen und Schüler zum Thema "Malnehmen" zu ermitteln und aufzugreifen, wie von Gaidoschik (2014, S. 41) und Krauthausen (2017, S. 66) betont wird.

Im Anschluss werden Sachprobleme aus dem Alltag der Kinder besprochen, wobei darauf geachtet wird, Beispiele zu wählen, die für die

meisten Schülerinnen und Schüler interessant sind. Durch vielfältige Aufgabenstellungen erhalten sowohl die Lernenden als auch die Lehrkräfte wertvolle Einblicke in die Denkweise der Kinder. Ein Beispiel dafür könnte sein, die Begeisterung der Kinder für Sammelkarten im Unterricht zu nutzen, um mathematische Fragestellungen zu erarbeiten. Die Schülerinnen und Schüler sollen dabei eigene Ideen entwickeln, wie sie die Anzahl von Sammelkarten in mehreren Packungen ohne Öffnen der Packungen ermitteln können. Durch den Vergleich und die Diskussion der unterschiedlichen Lösungsansätze erkennen die Kinder verschiedene Möglichkeiten, darunter auch den Vorteil der Malrechnung (Gaidoschik, 2014, S. 42). Die Lehrkraft muss dabei die Kinder in ihren Lernprozessen effektiv unterstützen, indem sie die Ideen, Beiträge und Darstellungen der Kinder aufmerksam und genau betrachten. Es ist entscheidend, den Kindern aufmerksam zuzuhören und sicherzustellen, dass ihre Lernfortschritte nicht eingeschränkt, behindert oder aufgehalten werden (Heß & Nührenböcker, 2017, S. 285).

Beispiele mit Lebensbezogenheit im Unterricht einzubauen, geben auch die allgemeinen didaktischen Grundsätze im Lehrplan der Volksschule (2018, S. 34ff) vor. Der Unterricht soll auf der konkreten Erlebniswelt der Kinder aufgebaut und damit eng verknüpft sein. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, das Gelernte besser zu verstehen. Inhalte sollen nicht einfach nur vermittelt, sondern mit realen Situationen, alltäglichen Beispielen oder aktuellen Ereignissen verknüpft werden. So können die Kinder erkennen, warum das Gelernte für sie relevant ist und das Lernen wird bedeutsamer, spannender und nachhaltiger.

## 4.2 Handelndes Lernen – zeitlich-sukzessiv

Die Kinder sollen das „mal“ zum Beschreiben einer Handlung verwenden können und sollen einen solchen Handlungsauftrag auch durchführen können. Dazu eignen sich Handlungen, die den Kindern aus ihrem Alltag bekannt sind (Padberg & Benz, 2011, S. 128). Zum Beispiel werden vier

mal immer drei Flaschen in einen Karton gestellt. Da nacheinander (sukzessiv) immer drei Flaschen in den Karton gestellt werden entsteht eine wiederholte Addition ( $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \text{ mal } 3 = 12$ ) (Krauthausen, 2017, S. 66)

Beim Notieren der Malaufgaben ist es sinnvoll, zuerst das „mal“ auszu-schreiben und dieses erst später durch den Malpunkt zur noch kürzeren Notation anzuwenden ( $6 \text{ mal } 2$  – später:  $6 \cdot 2$ ). Ist den Kindern jedoch der Malpunkt von Zuhause bereits bekannt, können sie diesen natürlich von Anfang an verwenden (Gaidoschik, 2014, S. 44f).

Gaidoschik (2014, S. 44f) empfiehlt zum oben beschriebenen handelnden Lernen das Maltheater. Dabei spielt die Lehrkraft im ersten Schritt den Kindern ein Theater vor. Die Schülerinnen und Schüler sollen gut aufpassen und besonders darauf achten, wie oft etwas gemacht wird. Nach der kleinen Vorführung sollen die Kinder möglichst kurz, mit dem Wort „mal“ beschreiben, was die Lehrperson gemacht hat.

Im nächsten Schritt des Maltheaters folgt ein Rollentausch. Nun darf ein Kind aus der Klasse das Maltheater vorführen und die Mitschülerinnen und Mitschüler erklären im Anschluss, was gemacht wurde.

Im letzten Teil des Maltheaters sollen nun Kinder eine bestimmte Anweisung durchführen.

### 4.3 Unterscheidung von Multiplikator und Multiplikand

Für den Aufbau einer guten Grundvorstellung ist es wichtig, den Unterschied zwischen Multiplikator und Multiplikand ( $3 \times 7$  und  $7 \times 3$ ) zu thematisieren. Auch wenn das Ergebnis das gleiche ist, liegt jedoch in der Ausführung ein bedeutender Unterschied (z.B. Siebenmal in den Keller zu gehen und jedes Mal drei Äpfel zu holen ist wesentlich anstrengender als dreimal in den Keller zu gehen und jedes Mal sieben Äpfel zu holen.). Wird dieser Unterschied nicht erarbeitet, folgen häufig Fehler beim Ableiten von einer einfacheren Malrechnung:  $6 \times 3 = 21$  weil  $5 \times 3 = 15 \rightarrow$

15 + 6 = 21) Das Kind denk somit nicht  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$  und auch nicht  $6 + 6 + 6$ .

Deshalb ist es wichtig, auf die richtige Ausführung beim Handeln zu achten und zu korrigieren, falls zum Beispiel bei 3 mal 5, 5 mal 3 Stifte hingelegt werden. Die Vertauschbarkeit sollte also nicht zu früh thematisiert werden, um diese Verwirrungen zu vermeiden (Gaidoschik, 2006, S. 108).

Bei diesen zuvor beschriebenen Übungen entsteht das Endergebnis durch eine mehrmals wiederholte gleiche Handlung im Zeitablauf, diese entsteht somit zeitlich-sukzessiv (Padberg & Benz, 2011, S. 129; Krauthausen, 2017, S. 66).

#### 4.4 Malaufgaben in Bildern und Abbildungen

Nachdem die Kinder viele Malaufgaben handelnd dargestellt haben, sollen sie im nächsten Schritt Malaufgaben zeichnerisch darstellen. Nachdem die Lehrperson Aufgaben gestellt hat, sollen die Schülerinnen und Schüler selber eine Malaufgabe aufschreiben und diese anschließend zeichnen.

Als alternative können Schülerinnen und Schüler eine Malaufgabe zeichnen, diese dann mit einem anderen Kind tauschen. Nun muss die gezeichnete Aufgabe erkannt werden.

Auf sehr vielen Abbildungen in Schulbüchern und auch auf Bildern aus dem Alltag sind Malaufgaben zu finden (Gaidoschik, 2014, S. 54f). Ohne den Kindern gleich die passende Malrechnung zu einer Abbildung anzubieten, wie es in Schulbüchern häufig der Fall ist, sollten die Schülerinnen und Schüler eigenständig die Möglichkeit bekommen, das „Mal“ in der Abbildung zu entdecken. Bei fehlerhaften Entdeckungen gilt es diese zu thematisieren und nicht zu ignorieren. Gemeinsam wird mit den Kindern überlegt, wie es auf diese Rechnung gekommen ist und ob es nicht auch andere Möglichkeiten gäbe.

Sobald das Erkennen von Malaufgaben in Bildern gut funktioniert, können den Kindern bewusst Bilder angeboten werden, auf denen keine Malaufgabe zu finden ist (Gaidoschik, 2014, S. 56). Die Aufgabe besteht darin, zu erkennen, ob es sich um eine Malaufgabe oder doch um eine Plus- oder Minusrechnung handelt.

Wird das Ergebnis in einem fertigen Bild dargestellt, muss dieses räumlich-simultan erfasst werden (Krauthausen, 2017, S. 66). Dazu zählen alle Abbildungen in Schulbüchern als auch Gegenstände aus dem Alltag (z.B.: eine Kiste mit 6 Flaschen).

Besonders bei Kindern mit erhöhtem Unterstützungsbedarf ist es äußerst wichtig, dass Materialien und Bilder zur Veranschaulichung sorgfältig ausgewählt werden, die eine angemessene Darstellung und Verknüpfung ermöglichen. Dabei ist es entscheidend, dass die Lernenden aktiv auf der Handlungs- oder Bildungsebene arbeiten, sodass sie die Aktivitäten bewusst begleiten können (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 283).

#### 4.5 Wiederholte Addition

Ein Produkt kann als eine Art zusammengefasste Addition betrachtet werden (Baireuther, 1999, S. 66). Anders gesagt, werden gleich große, voneinander getrennte Mengen miteinander vereinigt (Kuhnke, 2013, S. 36). Im nächsten Schritt geht es also darum, eine Plusaufgabe als Malaufgabe zu verschriftlichen und umgekehrt (Gaidoschik, 2014, S. 56f). Dazu gibt es in allen Schulbüchern Übungen. Wieder geht es hier noch nicht um das Ergebnis. Der Fokus liegt immer noch beim Erkennen der passenden Rechnung.

An dieser Stelle kann auch über Aufgaben mit 0 diskutiert werden. Kann  $0 + 0 + 0$  als Malaufgabe geschrieben werden?

Im Klassenzimmer und auch überall sonst, wo sich Kinder aufhalten, lassen sich Malaufgaben entdecken. Es bietet sich an, diese mit den

Kindern ausfindig zu machen. Die Schülerinnen und Schüler gehen durch das Schulgebäude und notieren alle Malaufgaben, die sie finden können.

#### 4.6 Malaufgaben in Sachproblemen und Rechengeschichten

Es ist wichtig, mit den Kindern immer wieder Rechengeschichten durchzudenken (Gaidoschik, 2014, S. 58ff).

Rechengeschichten zeigen, warum Mathematik wichtig für die Bewältigung unseres Alltags ist (Graumann, 2002, S. 85).

Dabei soll in dieser Phase der Fokus wieder auf die Rechnung gelegt werden und nicht auf das Ergebnis. Gezielt wird nun am Unterschied zwischen einer Malaufgabe oder Plus- bzw. Minusrechnungen gearbeitet (Gaidoschik, 2014, S. 58ff).

Außerdem sollen Kinder sich auch im Erfinden eigener Rechengeschichten mit dazugehöriger Malaufgabe üben. Diese Aufgabenstellungen sollten regelmäßig stattfinden und in Mathekonferenzen vorgestellt und diskutiert werden. Durch den sozialen Austausch kann erforschendes und entdeckendes Lernen noch besser gelingen und zusätzlich üben sich die Schülerinnen und Schüler im Erklären (Granzer, Heuvel-Panhuizen, Köller, & Walther, 2011, S. 39).

Zum Beispiel könnte ein Kind die eigene Rechengeschichte vorlesen und die anderen Kinder müssen die passende Malaufgabe dazu finden.

Manche Kinder brauchen dabei anfangs vielleicht noch Unterstützung durch Materialien. Eine Malaufgabe wird mit Plättchen gelegt und dann wird überlegt, was die Plättchen darstellen könnten, um zu einer passenden Rechengeschichte zu gelangen (Gaidoschik, 2014, S. 58ff).

Das Gespräch mit anderen bietet Gelegenheit, Entdeckungen auszutauschen, Lösungsprozesse zu vergleichen und Begründungen zu betrachten. Diese Kommunikation zwischen Schülerinnen und Schülern und auch der Lehrperson ist entscheidend für die Weiterentwicklung des

Verständnisses bei den Kindern. Besonders deutlich wird dies bei Schülerinnen und Schülern, die mit mathematischen Herausforderungen kämpfen, da ihnen im schulischen Alltag nicht immer ausreichend Möglichkeiten geboten werden, ihre Erkenntnisse zu äußern und zu präsentieren. (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 284).

#### 4.7 Hundertpunktefeld und Tauschgesetz

Punktefelder sind in vielen Schulbüchern zu finden (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 121f). Sie eignen sich hervorragend, um Malaufgaben und deren Tauschaufgaben zu veranschaulichen.

Erst wenn für die Schülerinnen und Schüler klar ist, wie sich Multiplikator und Multiplikand unterscheiden, ist es ratsam im Kontext der Multiplikation mit Punktefeldern zu arbeiten (Gaidoschik, 2014, S. 60f). Für den sehr wahrscheinlichen Fall, dass noch nicht alle Kinder dieses Verständnis haben, sollte parallel immer wieder auf einfachere Darstellungen zurückgegriffen werden.

Gaidoschik (2014, S. 60ff) empfiehlt zu Beginn ein kleines Punktefeld mit der gesamten Klasse zu analysieren. Gemeinsam werden mögliche Plus- und Malaufgaben entdeckt und erläutert. Im Zuge dessen wird die Tauschaufgabe thematisiert und ausgiebig geübt. Auch der Begriff „Tauschaufgabe“ wird somit eingeführt und immer wieder angesprochen. In diesem Schritt soll wieder einen Bezug zur Umwelt der Kinder hergestellt werden (Gaidoschik, 2014, S. 63; Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 122). Viele Malaufgaben können in ihrem Alltag gefunden werden, in denen auch eine Tauschvariante enthalten ist (z.B. Eierschachtel, Regale, Malkästen, ...). Die Schülerinnen und Schüler bringen somit verschiedene Erfahrungen aus ihrem Alltag mit, die in den Lernprozessen genutzt werden können. Im Gegensatz zur linearen Anordnung betonen Felder die Eigenständigkeit der Multiplikation im Vergleich zur Addition und

ermöglichen eine Veranschaulichung von Produkten durch Flächen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 123).

Nachdem die Schülerinnen und Schüler ausgiebig mit kleinen Punktfeldern gearbeitet haben, kommt das Hundertpunktfeld ins Spiel. Zusätzlich wird ein transparenter Abdeckwinkel zum Verdecken einzelner Reihen und Spalten verwendet.

Der Vorteil des Hundertpunktfeldes ist die Anordnung, die „die Kraft der Fünf“ sichtbar macht. Hier sollte sichergestellt werden, dass die Kinder diesen Vorteil auch nutzen. Wenn nicht, würde dies im schlimmsten Fall bedeuten, dass die Schülerinnen oder die Schüler die Zusammensetzungen zweier Zahlen, die gemeinsam größer als fünf sind, nicht vollständig automatisiert haben. Das wäre in der 2. Schulstufe ein schwerwiegendes Problem und es wäre vermutlich zusätzliche Förderung notwendig. Oder aber die Darstellungsform ist noch nicht vertraut genug. Auch das würde Handlungsbedarf bedeuten.

Mit dem Hundertpunktfeld werden nun verschiedenste Malaufgaben dargestellt. Ein weiterer Vorteil des Materials ist, dass nun nicht mehr mühsam gezeichnet oder gelegt werden muss, sondern einfach nur abgedeckt werden muss.

Ob die Kinder die für eine Malaufgabe überflüssigen Punkte durch den Malwinkel abdecken, oder ob sie die Malaufgabe selber damit abdecken ist egal. Beides ist erlaubt.

Treten dabei Schwierigkeiten bei einzelnen Kindern auf, ist es wichtig, das individuelle Problem herauszufinden. Wenn notwendig sollte wieder auf vereinfachte Darstellungen zurückgegriffen werden. Es könnte eine Malaufgabe zum Beispiel wieder mit Plättchen gelegt werden und dann versucht werden, diese Darstellung auf das Hundertpunktfeld zu übertragen.

Das Darstellen am Hundertpunktfeld sollte sehr regelmäßig geübt werden (Gaidoschik, 2014, S. 69). Die Verwendung des Materials soll zur

Selbstverständlichkeit werden und somit eine sehr wichtige Grundvorstellung für das Multiplizieren entstehen.

Nach und nach sollen die Schülerinnen und Schüler Zusammenhänge von Malaufgaben am Hunderterpunktfeld entdecken. Eine Aufgabe dazu könnte sein, zuerst  $10 \times 8$  zu zeigen und daraus  $9 \times 8$  zu machen. Wichtig ist bei diesen Übungen immer noch, dass das Ergebnis nicht von Bedeutung ist. Der Fokus liegt weiterhin beim Erkennen der Bedeutung von Malsätzchen. Es geht also immer noch rein darum, ein Verständnis für Malaufgaben zu entwickeln. Natürlich soll es den Kindern nicht verboten werden, wenn sie das Ergebnis herausfinden wollen. Dennoch sollte die Lehrkraft immer wieder die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler auf die Bedeutung der Zusammenhänge lenken. Gelingt es den Kindern, Zusammenhänge zu erkennen, wird ihnen das ein großer Vorteil beim Ableiten von Kernaufgaben sein.

Abgesehen vom Hunderterpunktfeld können auch immer wieder andere Materialien (z.B. Holzwürfel) zum Legen und entdecken von Zusammenhängen verwendet werden (Gaidoschik, 2014, S. 70ff).

#### 4.8 Unzureichendes Aufbauen von Grundvorstellungen

Mathematikschwierigkeiten variieren in ihrer Form und Intensität. Einzelne Schüler können temporäre Schwierigkeiten bei bestimmten Themen oder Aufgaben haben, während andere tiefgreifende Probleme aufweisen, die zu großen Wissenslücken und Leistungsrückstand führen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 13)

Gaidoschik (2014, S. 73ff) ist der Meinung, „dass jedes geistig gesunde Kind das Multiplizieren auch verstehen kann.“ Mit Sicherheit ist dies nicht immer ohne Einzelförderung möglich. Gründe für eine fehlende Grundvorstellung könnten sein:

- Dem Aufbau der Grundvorstellung wurde zu wenig Zeit im Unterricht eingeräumt. Die Lehrperson darf die Schwierigkeit, ein

Verständnis für den Malbegriff aufzubauen, nicht unterschätzen. Auch das Abrufen des Gelernten zu jeder Zeit fällt nicht allen Schülerinnen und Schülern gleich leicht.

Konnten die Kinder das Einmaleins nicht ausreichend automatisieren, führt dies häufig dazu, dass diese Schülerinnen und Schüler auch nach der Grundschulzeit noch Abzählstrategien verwenden (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 13f)

- Es ist wichtig immer wieder mit den Kindern zu hinterfragen, ob eine Malaufgabe auch wirklich verstanden worden ist. Wenn nötig kann dafür jederzeit, auch in der 3. oder 4. Klasse, wieder auf Material zurückgegriffen werden, um die Aufgabe zu veranschaulichen.
- Ein weiterer Grund könnte sein, dass die Kinder zu wenig Möglichkeit hatten, die Dinge selbst zu erforschen, da ihnen von der Lehrperson oder von den Schulbüchern bereits zu viele Vorgaben gemacht wurden. Es ist unbedingt notwendig, dass die Schülerinnen und Schüler auf ihr Wissen aufbauen und sich weitere Zusammenhänge, natürlich mit Unterstützung, selbst erschließen. Es macht keinen Sinn, den Kindern etwas eintrichtern zu wollen. Das Denken kann eine Lehrkraft den Kindern nicht abnehmen. Jedes Kind braucht dabei unterschiedlich lange (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 13f; Gaidoschik, 2014, S. 73ff)).

## 5. Rechengesetze

Laut Padberg und Benz (2011, S. 134f) gibt es drei Rechengesetze, die von großer Bedeutung für die Multiplikation sind. Damit sind gemeint das Kommutativ- oder Vertauschungsgesetz, das Assoziativ- oder Verbindungsgesetz und das Distributiv- oder Verteilungsgesetz. Diese werden im Folgenden genauer erläutert.

### 5.1 Kommutativ- oder Vertauschungsgesetz

„Der Wert einer Summe (eines Produkts) ändert sich nicht, wenn die Reihenfolge ihrer Summanden (seiner Faktoren) vertauscht wird.“ Krauthausen, 2017, S. 81)

$$a \times b = b \times a$$

Dieses Gesetz ist sehr hilfreich bei der Erlernung vom kleinen Einmaleins. (Padberg & Benz, 2011, S. 134f)

Beispiel:

Das Einmaleins mit 4 wurde bereits gelernt. Bei der Erarbeitung des Einmaleins mit 9 kann somit auf das bereits Gelernte zurückgegriffen werden ( $9 \times 4 = 36$  also  $4 \times 9 = 36$ ).

(Bild aus Schulbuch einfügen!)

Tauschaufgabe (Padberg & Benz, 2011, S. 140f)

Tauschaufgaben werden dem Kommutativgesetz zugeordnet.

$$3 \times 7 = 21 \text{ weil } 7 \times 3 = 21$$

Sobald Kinder dieses Gesetz verstanden haben, reduziert sich die zu lernenden Malaufgaben enorm (Gaidoschik, 2014, S. 19; Baireuther, 1999, S. 78). Anstatt von 100 Aufgaben (ohne Nullerreihe) sind plötzlich nur noch 55 Malaufgaben zu merken. Aus diesem Grund sollte dieses Gesetz mit den Kindern bereits sehr früh forciert werden. Hier betont Gaidoschik (2014, S. 19) die Wichtigkeit, dieses Gesetz von Anfang an auf

alle Malreihen zu übertragen, um den Kindern diese Vernetzung zu ermöglichen.

## 5.2 Assoziativ- oder Verbindungsgesetz

„Die Summanden einer Summe bzw. die Faktoren eines Produktes dürfen beliebig zusammengefasst werden.“ (Krauthausen, 2017, S. 81)

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

### Verdoppeln und Halbieren

Das Verdoppeln und Halbieren wird dem Assoziativgesetz zugeordnet. Dabei wird ein Faktor (Multiplikand oder Multiplikator) verdoppelt oder halbiert und somit verdoppelt oder halbiert sich auch das Produkt. Ein Beispiel dafür ist:  $4 \times 6 = 24$  also  $8 \times 6 = 48$

Verdoppelungs- und Halbierungsaufgaben eignen sich hervorragend, um den Zusammenhang der Zweier- mit der Viererreihe, der Vierer- mit der Achterreihe, der Dreier- mit der Sechserreihe und der Fünfer- mit der Zehnerreihe zu verdeutlichen (Baireuther, 1999, S. 70).

Verdoppelungsaufgaben werden im Normalfall von den Kindern bereits vor der Einführung des kleinen Einmaleins beherrscht. Lediglich die Umformulierung auf eine Malaufgabe muss noch gelernt werden. Denn es kann statt „sechs plus sechs“ auch „zwei mal sechs“ gesagt und statt  $6 + 6$  auch  $2 \times 6$  geschrieben werden (Gaidoschik, 2014, S. 20).

Wurde diese Strategie verstanden, reduzieren sich die zu merkenden Aufgaben auf nur noch 28 Aufgaben. Bei diesen 28 Aufgaben wurden alle Aufgaben die zur Nuller-, Einer- oder Zehnerreihe gehören, die durch Tauschaufgaben gelöst werden können und die zuletzt beschriebenen Verdoppelungsaufgaben abgezogen.

Die Fünferreihe lässt sich von der Zehnerreihe durch Halbieren ableiten. Hier gilt es, den Zusammenhang dieser beiden Malreihen herzustellen (Gaidoschik, 2014, S. 20). Nach der erfolgreichen Festigung der

Fünferreihe bleiben nur noch 23 Aufgaben, die sich die Kinder merken müssen (Gaidoschik, 2014, S.21).

### 5.3 Distributiv- oder Verteilungsgesetz

„Das Distributivgesetz beschreibt den Zusammenhang einer Punktrechnung (Multiplikation oder Division) mit einer Strichrechnung (Addition oder Subtraktion).“ (Krauthausen, 2017, S. 81)

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Hat man dieses Gesetz verstanden, so können schwierigere Aufgaben durch einfachere hergeleitet werden.

$$\text{Z.B.: } 8 \times 7 = 8 \times 5 + 8 \times 2$$

#### Nachbaraufgabe

Nachbaraufgaben werden dem Distributivgesetz zugeordnet. Beachtet werden muss dabei, welcher Faktor um eins verändert wird beziehungsweise ob addiert oder subtrahiert werden muss.

$$\text{Additive Veränderung: } 5 \times 5 = 25 \text{ also } 6 \times 5 = 30$$

$$\text{Subtraktive Veränderung: } 8 \times 5 = 40 \text{ also } 7 \times 5 = 35$$

$$6 \times 5 = 30 \rightarrow 6 \times 6 = 36$$

Für die Erkundung von Nachbaraufgaben eignet sich die Arbeit mit der Einmaleinstafel (Baireuther, 1999, S. 77). Ist das Ergebnis einer Aufgabe unbekannt oder noch nicht automatisiert, kann das Ergebnis einer Nachbaraufgabe helfen, das gesuchte Ergebnis zu ermitteln oder zu bestätigen.

#### Zerlegung eines Faktors oder beider Faktoren

Auch diese Strategie unterliegt dem Distributivgesetz. Hier kann wiederum addiert oder subtrahiert werden.

$$8 \times 6 = 48 \text{ weil } 10 \times 6 = 60 \text{ minus } 2 \times 6 = 12$$

$$6 \times 8 = 48 \text{ weil } 6 \times 5 = 30 \text{ plus } 6 \times 3 = 18$$

Baireuther (1999, S. 77) nennt diese „Umwegaufgaben“. Umwegaufgaben verdeutlichen, dass eine Rechnung grundsätzlich auf unterschiedliche Arten durchgeführt werden kann. Der Schwerpunkt liegt dabei nicht darauf, das Ergebnis möglichst schnell zu erzielen, sondern darin, die verschiedenen Wege zum Ergebnis auszuprobieren und zu vergleichen. Durch das Lösen von Aufgaben über Umwege werden wichtige arithmetische Fähigkeiten entwickelt, die gefördert werden sollen.

## 6. Die ganzheitliche Erarbeitung

Dieses Kapitel behandelt die Erarbeitung von leichten Malaufgaben als Basis für Ableitungen von schwierigeren Aufgaben. Besonderes Augenmerk liegt dabei zunächst auf die Malaufgaben mit zehn und zwei. Im Folgenden wird erläutert, dass Schülerinnen und Schüler selbstständig Ableitungsaufgaben erkunden und individuelle Lösungswege entwickeln sollen, während Lehrpersonen diesen Prozess unterstützen. Des Weiteren wird der Zusammenhang der Fünfer- mit der Zehnerreihe thematisiert. Außerdem wird die Einmaleinstafel zur Erkennung von Beziehungen zwischen Malaufgaben vorgestellt. Anschließend wird eine mögliche Reihenfolge für die Erarbeitung der Einmaleinsreihen dargestellt. Im nächsten Schritt wird über die Automatisierung des kleinen Einmaleins berichtet. Zum Schluss dieses Kapitels werden noch häufige Fehlerquellen beschrieben.

### 6.1 Von leichten zu schwierigeren Aufgaben

Zunächst sollen leicht zu merkende Malaufgaben erarbeitet werden von denen später schwierigere abgeleitet werden können. Zu diesen leichten Aufgaben zählen Malaufgaben mit eins, zwei, fünf und mit zehn (Krauthausen, 2017, S. 72; Gaidoschik, 2014, S. 76ff).

Gaidoschik (2014, S. 76ff) nennt die leichten Aufgaben „Kernaufgaben“. Zu den wichtigsten Kernaufgaben der Malaufgaben zählen die Aufgaben mit zehn und zwei. Das Verzehnfachen einer Zahl fällt den Kindern meist sehr leicht.

Wichtig ist dabei jedoch, sicherzustellen, dass die Schülerinnen und Schüler bei Malaufgaben mit zehn nicht nur eine Null anhängen, sondern auch verstanden haben, was dabei geschieht, andernfalls wird ihnen dies sehr bald zum Verhängnis werden (Gaidoschik, 2014, S. 78; Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 120).

Die Malaufgaben mit zehn eignen sich hervorragend, um den Kindern den Vorteil der kurzen Malrechnung im Vergleich zur langen wiederholten Addition aufzuzeigen.  $10 \times 8$  lässt sich einfach schneller aufschreiben, als  $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$  (Gaidoschik, 2014, S. 76).

Das Verdoppeln einer Zahl im Zahlenraum 20 sollte mit den Kindern bereits in der 1. Schulstufe ausgiebig geübt worden sein, da dies nicht nur für die Multiplikation sondern auch für die Addition wichtige Stützpunktaufgaben sind (z.B.  $6 + 7$  kann aus  $6 + 6$  abgeleitet werden) (Gaidoschik, 2014, S. 79; Krauthausen, 2017, S. 72).

Wenn die Kinder diese Verdoppelungen also automatisiert haben, so wird die neue Formulierung in Malaufgaben auch nicht schwerfallen. Die Aufgabe der Kinder sollte nun darin bestehen, alle Verdoppelungen bis zehn sowohl als Plusaufgabe als auch als Malaufgabe zu notieren.

Für das Lernen des kleinen Einmaleins ist es aber auch wichtig, Zahlen verdoppeln zu können, die über das kleine Einmaleins hinaus gehen (z.B.:  $2 \times 12$ ;  $2 \times 32$ ; ...). Wenn Verdoppelungen keine Schwierigkeiten bereiten können sie sehr Hilfreich zum Ableiten von Malaufgaben sein. So ist zum Beispiel das Ergebnis von  $4 \times 6$  das Doppelte von dem Ergebnis von  $2 \times 6$ . Zu Beginn können die Verdoppelungen als Plusaufgabe ( $16 + 16$ ) dargestellt werden und dann immer wieder in Verbindung mit der Malaufgabe gebracht werden ( $2 \times 16$ ).

Sowohl bei den mal zehn als auch bei den mal zwei Aufgaben sollen die Kinder nach der Automatisierung die Malaufgabe am Hunderterpunktefeld darstellen und die dazugehörige Tauschaufgabe nennen (Gaidoschik, 2014, S. 76ff).

Wichtig ist hier wieder, die individuelle Geschwindigkeit, die ein Kind zur Automatisierung braucht, zu berücksichtigen (Gaidoschik, 2014, S. 82).

Das Ableiten einer Malaufgabe von einer leichteren Malaufgabe werden manche Kinder ohne viel Hilfestellung sowieso machen, andere brauchen dabei ein wenig mehr Unterstützung (Gaidoschik, 2014, S. 84ff).

Gaidoschik (2014, S. 84) empfiehlt beim Einstieg in das Ableiten von Malaufgaben gleich eine herausfordernde Aufgabe wie zum Beispiel  $12 \times 6$  zu wählen. So wird der Sinn des Ableitens verdeutlicht. Es soll der einfachste Weg gesucht werden, dieses Ergebnis herauszufinden.

Hilfreich dabei ist ein 200-Punktfeld. Zunächst soll  $12 \times 6$  am Punktfeld dargestellt werden. Dann wird diskutiert, wie nun am schnellsten das Ergebnis ermittelt werden kann. Wenn die Schülerinnen und Schüler nicht schon selber die passende Ableitung von  $10 \times 6$  wählen, gibt die Lehrkraft Hilfestellungen, um diese Möglichkeit zu entdecken. Natürlich soll dabei „so wenig Hilfestellung wie möglich, so viel wie nötig“ gegeben werden. Es empfiehlt sich einige weitere solche Beispiele, die sich von einer mal10-Aufgabe ableiten lassen, zu üben.

Ein weiteres Material, das sich zum Einstieg in Ableitungsaufgaben eignet, sind Steckwürfel. Wichtig ist dabei immer, dass die Würfel so angeordnet werden, dass ein leichtes Abzählen ermöglicht wird. Genau wie auf dem Punktfeld soll nun eruiert werden, wie man am schnellsten das Ergebnis von zum Beispiel  $12 \times 7$  herausfindet. Auch Aufgaben wie  $9 \times 7$  können einfach abgeleitet werden, indem eine Würfelstange weggenommen wird.

Zusätzlich zur Zweier- und Zehnerreihe bietet sich die Fünferreihe zum Ableiten anderer Malreihen an (Gaidoschik, 2014, S. 88f). Zur Erarbeitung der Fünferreihe empfiehlt Gaidoschik (2014, S. 89) folgende Strategien:

In 2er Teams legen die Kinder mit Steckwürfel die Aufgabe  $10 \times 4$ . Als nächstes sollen die gelegten Steckwürfel gerecht auf die beiden Kinder aufgeteilt werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen dabei eruiieren, wie viele jeder bekommt und welche Malaufgabe beim Halbieren

entsteht. So soll erkannt werden, wie das Fünffache mit dem Zehnfachen zusammenhängt. Danach wird dasselbe mit  $10 \times 6$ ,  $10 \times 8$  und auch mit  $10 \times 7$ ,  $10 \times 9$  usw. durchgespielt. Hier wird sich nun herausstellen wie gut die Kinder halbieren können.

Das Hunderterpunktfeld eignet sich ebenso hervorragend (vorausgesetzt die Kinder sind damit vertraut) zum Erkennen des Zusammenhangs.

Um die 5 mal-Aufgaben zum Ableiten für andere Aufgaben nutzen zu können, müssen sie zunächst automatisiert werden (Gaidoschik, 2014, S. 92f). Dazu eignen sich Karteikärtchen, auf denen die Kinder auf der Vorderseite die 5 mal-Aufgabe notieren (z.B.:  $5 \times 3$ ) und auf der Rückseite den individuellen, schnellsten Lösungsweg.

## 6.2 Eigenständige Ableitungsentdeckungen

Nachdem die Lehrperson einige Malaufgaben, die abgeleitet werden mussten, vorgegeben hat, sollen die Kinder sich dann eigenständig damit auseinandersetzen (Gaidoschik, 2014, S. 86f). Die Schülerinnen und Schüler sollen immer wieder ermutigt werden, eigene Entdeckungen zu machen, individuelle Lösungswege zu entfalten und diese in Worte zu fassen oder darzustellen. Die Lehrkraft begleitet diese Phasen aktiv, indem sie weiterführende Fragen stellt, Impulse gibt, alternative Ansätze und Lösungen anbietet und die Schülerinnen und Schüler dazu anregt, effizientere Lösungen und Strategien zu entwickeln (Heß & Nührenböcker, 2017, S. 281f).

Die Kinder schreiben eine Malaufgabe, die sie schon automatisiert haben auf und notieren, welche anderen Aufgaben sie davon ableiten können. Nach einiger Zeit in Einzelarbeit, werden die Ergebnisse einiger Kinder in der gesamten Klasse diskutiert (Gaidoschik, 2014, S. 86f).

Durch das Verstehen der Zusammenhänge und die Automatisierung grundlegender Kenntnisse wird eine Grundlage für nachhaltiges mathematisches Lernen geschaffen (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 282).

Dieses produktive Üben spielt insbesondere bei lernschwachen Schülerinnen und Schülern eine bedeutende Rolle, da es das Gedächtnis entlastet und dabei hilft, kognitive Strukturen zu formen, die Flexibilität ermöglichen (Scherer & Moser Opitz Scherer, 2012, S. 199).

### 6.3 Einmaleinstafel

Die Einmaleinstafel eignet sich hervorragend, um Beziehungen zwischen Malaufgaben zu erkennen (Gaidoschik, 2014, S. 94ff; Kauthausen, 2017, S. 72ff).

Auf der Einmaleinstafel sind alle Zahlen, die mit sich selbst multipliziert werden (z.B.:  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  ...) auf rotem Hintergrund.

Auf den blauen Feldern befinden sich alle Malaufgaben mit der Zahl 2 (außer  $2 \times 2$ ).

Auf den gelben Feldern sind die Malaufgaben mit 5.

Grün sind die Felder mit den Malaufgaben mit 1 und 10.

Die farbigen Felder sind somit jene, die schon gut beherrscht werden.

Im ersten Schritt sollen die Kinder alle Malaufgaben, die sie schon gut auswendig können durchstreichen.

Als nächstes zeigen sie auf ein Feld, das sie schon gut beherrschen und fahren dann mit dem Finger auf das Nachbarfeld. Mit Hilfe der bereits durchgestrichenen Malaufgabe lässt sich nun auch diese bestimmt lösen. Auf diese Art können noch nicht automatisierte Aufgaben durch bereits bekannte Nachbaraufgaben ermittelt werden (Baireuther, 1999, S. 77).

## 6.4 Reihenfolge der Malreihen in der Erarbeitung

Gaidoschik (2014, S. 105f) empfiehlt mit den 9mal-Aufgaben zu beginnen, da diese von den Kindern über die bereits automatisierte 10mal-Aufgaben abgeleitet werden können. Im Anschluss daran bieten sich die 6mal- Aufgaben, die von den 5mal-Aufgaben abgeleitet werden können an, oder die 4mal-Aufgaben, bei denen auch die 5mal-Aufgaben herangezogen werden können.

Als weitere Strategien können bei 4mal-Aufgaben die 2mal-Aufgaben verdoppelt werden.

Die Tauschaufgabe sollte mit den Kindern immer wieder thematisiert werden, da dies ein sehr häufiger Ableitungsweg ist. Vor allem bei z.B.  $4 \times 2$ ,  $4 \times 5$  und  $4 \times 10$ .

Die 3mal-Aufgaben sollten laut Gaidoschik (2014, S. 109) erst nach den bereits erwähnten Aufgaben geübt werden. Bei den 3mal-Aufgaben ist der Vorteil des Ableitens gegenüber der wiederholten Addition nicht offensichtlich.

Im letzten Schritt werden die 7mal und die 8mal-Aufgaben trainiert (Gaidoschik, 2014, S. 109ff). Dabei wird auf alle bereits bekannten Malaufgaben zurückgegriffen. Entgegen Gaidoschiks Grundeinstellung gibt er an dieser Stelle den Tipp des Auswendiglernens für einzelne Malaufgaben. Gemeint ist dabei zum Beispiel ein  $7 \times 7$  – Tag oder ein  $8 \times 8$  – Tag, da diese beiden Aufgaben besonders anspruchsvoll abzuleiten sind. An jenem Tag wird eine einzelne, auswendig zu lernende Malaufgabe immer wieder wiederholt. Sei es in der Garderobe beim Umziehen, während der Stunde und in den Pausen.

## 6.5 Automatisierung des kleinen Eimaleins

„Verständnis erleichtert das Automatisieren, ersetzt es aber nicht.“ (Gaidoschik, 2014, S. 132)

Die dauerhafte Beherrschung des kleinen Einmaleins ist als langfristiges Ziel anzustreben (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 122).

Das Aufbauen von Grundvorstellungen und das intensive Auseinandersetzen mit Zusammenhängen zwischen den Malaufgaben hilft den Kindern somit, das Einmaleins zu automatisieren. Dennoch benötigt das Einprägen Übung. Manche Kinder brauchen mehr, andere weniger Zeit das Einmaleins aus dem Stegreif abrufen zu können. Kontraproduktiv ist das Automatisieren mit Zeitdruck (Gaidoschik, 2006, S. 111).

Laut dem Lehrplan der Volksschule (2003, S. 3) sollen Schülerinnen und Schüler in der 2. Schulstufe mit der Automatisierung des kleinen Einmaleins beginnen und diese bis zum Ende der 3. Schulstufe abgeschlossen haben.

Die Lehrperson muss beachten, dass die Automatisierungsphase erst stattfinden kann, wenn eine Verständnisgrundlage besteht (Krauthausen, 2017, S: 87).

Wichtig ist es laut Gaidoschik (2014, S. 133ff) den Kindern bewusst zu machen, warum das Auswendigwissen der Malaufgaben sinnvoll ist. Das Ableiten von Kernaufgaben ist oft mühsam und anstrengend. Hat ein Kind eine Aufgabe bereits automatisiert, muss diese nicht mehr abgeleitet werden. Diese Erleichterung sollte den Kindern immer wieder vor Augen geführt werden.

Dennoch muss es den Schülerinnen und Schülern jederzeit möglich sein, zu erklären, wie man auf das Ergebnis kommen kann, wenn man die Aufgabe noch nicht automatisiert hat. Ist diese Rückführung nicht möglich, wurde das Ergebnis lediglich auswendig gelernt und nicht automatisiert (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 74). Außerdem ist darauf zu achten, dass die Kinder in keinen Zeitdruck aufgrund von Temposteigerungen geraten. Dies ist bei vielen Lernenden kontraproduktiv.

Eine Lernkartei ist für das Automatisieren eine große Hilfestellung (Gaidoschik, 2014, S. 134ff). Die Arbeit mit der Lernkartei sollte möglichst täglich für wenige Minuten stattfinden.

Die Übungsphase muss motivierend gestaltet werden (Baireuther, 1999, S. 80ff). Es lohnt sich, wenn Kinder einen Bezug zu den Übungsaufgaben herstellen können. Auch eine optisch ansprechende Gestaltung von Übungsaufgaben kann motivierend auf die Kinder wirken. Jedes Kind braucht Erfolgserlebnisse, um motiviert bleiben zu können. Diese erzeugen positive Assoziationen und fördern die Bereitschaft, weiter zu üben.

## 6.6 Fehlerstrategien

Bei den scheinbar einfachen Malaufgaben mit Null treten sehr häufig Fehler auf (Gaidoschik, 2014, S. 97). Besonders auch in höheren Schulstufen kommen diese Fehler beim schriftlichen Rechnen immer wieder vor.

Laut Padberg und Benz (2011, S. 147f) passieren sogar die meisten Fehler beim Einmaleins, wenn mit der Zahl 0 multipliziert wird. Ein Beispiel für Fehler, die häufig passieren ist:  $7 \times 0 = 7$

Es gibt verschiedene Ursachen für Nullfehler. Möglicherweise denken die Kinder Null ist gleich Nichts, und haben somit eine falsche Vorstellung von der Zahl Null.

Manchmal denken die Schülerinnen und Schüler an die Addition oder die Subtraktion was den Fehler begründen könnte.

Merken sich die Kinder, dass bei einer Multiplikation mit Null einfach eine 0 angehängt werden muss, so kann dies bei höheren Ergebnissen zu Schwierigkeiten führen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 120). Wenn die Rechnung zum Beispiel lautet  $50 \times 60$ , wird als Ergebnis 300 genannt, da einfach zwei Nullen angehängt wurden und die Null vom Ergebnis  $5 \times 6$  ist gleich 30 vergessen wurde.

Grund für häufige Fehler könnte sein, dass bei der Einführung des kleinen Einmaleins die Multiplikation mit Null zu wenig behandelt wurde. Den Kindern ist es nicht möglich auf die wiederholte Addition zurückzugreifen. Es besteht der Irrglaube, dass das Produkt gleichgroß oder größer sein muss als der größte Faktor der Multiplikation.

Deshalb muss bei der Erarbeitung ganz besonders auf die Multiplikation mit Null eingegangen werden.

Gaidoschik (2014, S. 99) empfiehlt die Malaufgaben mit 0 genauso nachzuspielen wie die anderen Aufgaben. Z.B.: Gehe 4 mal zum Regal und hole jedes Mal 0 Bücher. Wie viele Bücher hast du geholt? Also  $7 \times 0 = 0$ .

Auch eine Zeichnung zu einer Malaufgaben mit 0 kann angefertigt werden (z.B. 4 Teller auf denen jeweils kein Apfel liegt).

Weiters ist es sinnvoll immer wieder im Vergleich die Addition zu veranschaulichen (vgl. Padberg und Benz, 2011, S. 147 f und Gaidoschik, 2014, S. 100).  $3 \times 0$  lässt sich gut als Addition aufschreiben ( $0 + 0 + 0$ ). Dass sich jedoch  $0 \times 3$  nicht als Plusaufgabe aufschreiben lässt und hier auch keine sinnvolle Rechengeschichte möglich ist, sollte mit den Kindern thematisiert werden, um die Besonderheit von Malaufgaben mit Null hervorzuheben.

Wichtig ist jedenfalls, den Unterschied von  $3 \times 0$  und  $3 + 0$  im Unterricht immer wieder zu thematisieren (Gaidoschik, 2014, S. 101).

Andere Fehler können durch das Anwenden **elementarer Strategien** passieren. Rechnet eine Schülerin oder ein Schüler zum Beispiel „ $6 \times 3 = 15$ “ hat sich das Kind höchstwahrscheinlich bei der wiederholten Addition verrechnet oder beim rhythmischen Zählen verzählt.

Bei einem Fehler wie „ $7 \times 4 = 27$ “ könnte es sich um einen **Perseverationsfehler** handeln. Die Kinder behalten die Zahlen der Multiplikation im Gedächtnis und bilden sie deshalb im Produkt wieder ab.

Fehler können auch durch falsch angewandte **Rechenstrategien** passieren. Rechnet ein Kind zum Beispiel „ $9 \times 4 = 31$ “, rechnet es vermutlich zuerst  $10 \times 4$  und im Anschluss wird fälschlicher Weise die 9 subtrahiert. Dieser Fehler könnte auf ein fehlendes Grundwissen zurückzuführen sein (Gaidoschik, 2014, S. 47). Es wird nicht  $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 +$

4 + 4 und auch nicht 9 + 9 + 9 + 9 gedacht. Hier sollte der Unterschied zwischen  $9 \times 4$  und  $4 \times 9$  noch einmal thematisiert werden.

## 7. Die Rolle der Lehrkraft

Welche Rolle spielt die Lehrkraft, wenn die Kinder das kleine Einmaleins lernen? Ist dafür wirklich eine Ausbildung notwendig? Den Stoff der Grundschule ist doch wirklich nicht schwer. In diesem Kapitel sollen die wichtigen Aufgaben und Kompetenzen der Lehrperson erläutert werden. Die Aufgabe der Lehrkraft beim Einmaleinslernen geht weit über das „Beibringen“ hinaus (Krauthausen, 2017, S. 369ff). Es reicht nicht aus, das Einmaleins auswendig zu lernen, sondern es soll ein Verständnis dafür aufgebaut werden. Dies gibt auch der Lehrplan der Volksschule vor (2003, S. 3)

Das reine Auswendiglernen ist nicht sehr nachhaltig. Um Kinder beim Mathematiklernen unterstützen zu können, ist eine hohe fachliche Kompetenz der Lehrperson notwendig. Insbesondere bei schwachen Schülerinnen und Schülern ist ein umfangreiches Wissen erforderlich, um angemessen helfen zu können. Zu den Kompetenzen einer Lehrkraft zählen somit neben fächerübergreifenden und pädagogischen Aspekten auch fachspezifische Besonderheiten der Mathematik (Krauthausen, 2017, S. 372).

Die Lehrkraft muss die mathematischen Fähigkeiten sowie die Herausforderungen der Kinder fachlich fundiert und an Kompetenzen orientiert interpretieren (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 285).

Fehlende Fachkompetenz führt dazu, dass sich Lehrerinnen und Lehrer auf Schulbücher und vorgefertigte Arbeitsblätter verlassen und diese zu wenig kritisch hinterfragen (Krauthausen, 2017, S. 374ff).

Außerdem führt das Unwissen zu mangelhafter Differenzierung. Individuelle Lösungswege der Kinder benötigen flexible Reaktionen von Lehrkräften. Dies ist wiederum nur mit nötigem Fachwissen möglich. Missverständnisse und Fehlvorstellungen seitens der Schülerinnen und Schülern ist häufig auf unzureichendes Verständnis der Lehrkräfte zurückzuführen. Besagte Lehrerinnen und Lehrer greifen auf Grund dieses fehlenden

Wissens auf Schritt für Schritt Anleitungen zurück, weil ihnen das Verständnis der Zusammenhänge fehlt. Fehler von Kindern werden demnach nicht aufgearbeitet, sondern die Lösung wird vorgegeben. Konstruktive Hilfestellungen bleiben durch die fehlende Fachkompetenz aus (Krauthausen, 2017, S. 377f).

Es ist wichtig, Vertrauen in die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu haben und die richtigen Rahmenbedingungen oder Freiräume zu schaffen. Es ist entscheidend, das aktive Lernen zu fördern und gegebenenfalls auch anspruchsvollere, nicht nur reproduktive Aktivitäten zuzulassen. Die Lehrperson spielt hierbei eine entscheidende Rolle und sollte eine unterstützende Grundhaltung einnehmen. Es ist von Bedeutung, sich die Zeit zu nehmen und Geduld aufzubringen, um die individuellen Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler zu verstehen und den Unterricht entsprechend zu gestalten und anzupassen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S.20).

Die Lehrkraft muss die Ideen, Beiträge und Darstellungen der Kinder mit besonderer Sorgfalt betrachten, ihnen aufmerksam zuhören und auch Gesprächspausen geduldig aushalten (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 285).

Ein aktives Engagement der Lehrperson ermöglicht es, die Bedürfnisse der Lernenden besser zu verstehen und den Unterricht darauf abzustimmen, um ein erfolgreiches Lernumfeld zu schaffen (Scherer & Moser Opitz, 2012, S.20).

Zusätzlich zur eigenen fachlichen Kompetenz muss sich jede Lehrperson fachdidaktische Kompetenz aneignen (Krauthausen, 2017, S. 579ff). Des Weiteren spielt die methodische Kompetenz eine bedeutende Rolle. Im Mathematikunterricht soll kommuniziert, argumentiert und Probleme gelöst werden. Die Bearbeitung von Aufgaben soll möglichst differenziert stattfinden. Das gemeinsame Besprechen im Anschluss erfordert Moderationsfähigkeiten der Lehrpersonen. Die Kinder sollen zwar selbst

entdecken, Lehrerinnen und Lehrer müssen aber immer wieder Hilfestellungen geben, damit Kinder neue Lösungswege erkennen können.

Als Grundschullehrkraft spielt die Vorbildfunktion eine wesentliche Rolle. Ein wertschätzender Umgang miteinander ist Grundvoraussetzung für ein angenehmes Arbeitsklima. Die Kinder müssen spüren können, dass sie sich äußern dürfen, auch wenn sie dabei vielleicht falsche Aussagen tätigen (Krauthausen, 2017, S. 382f).

Lehrerinnen und Lehrer sollen von belehrenden oder wertenden Äußerungen und Hinweisen Abstand nehmen (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 285).

Schülerinnen und Schüler sollen lernen, Rücksicht auf schwächere Kinder zu nehmen. Diese Tugenden müssen gekonnt von Lehrkräften vorgelebt werden. Die Vorbildfunktion spielt somit eine wesentliche Rolle von Lehrerinnen und Lehrern (Krauthausen, 2017, S. 382f).

## 8. Bestehende Forschungsergebnisse

Die folgenden Studien untersuchen die ganzheitliche Erarbeitung des kleinen Einmaleins in verschiedenen Regionen Deutschlands und Österreichs. Dabei werden Lehrkräfte befragt, Schülerinnen und Schüler interviewt und Schulbücher auf die Kompatibilität mit der ganzheitlichen Erarbeitung analysiert. Die Ergebnisse zeigen die Bedeutung von Rechenstrategien, Arbeitsmitteln und der ganzheitlichen Methode für das erfolgreiche Lernen des Einmaleins. Die Forschungen wurden nach Datum der Durchführung aufsteigend sortiert.

### Befragung von Lehrkräften

Im Zuge einer Forschungsarbeit in Bayern wurden 37 Lehrkräfte zur ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins in ihrem Unterricht befragt. Die Fragen bei den Interviews beinhalteten zum einen, ob Rechenstrategien im Unterricht erarbeitet werden, zum anderen, ob Beziehungen zwischen Einmaleinsaufgaben erklärt und angewendet werden und außerdem, ob und auf welche Weise für die Erarbeitung hilfreiche Arbeitsmittel präsentiert bzw. zur Verfügung gestellt werden.

Die Auswertung der Interviews hat ergeben, dass der Großteil der befragten Lehrkräfte (15 von 18) Rechenstrategien mit den Kindern erarbeiten bzw. haben die Frage mit „trifft eher zu“ beantwortet.

Arbeitsmittel, um Zusammenhänge zwischen den Malreihen zu erläutern verwenden alle der befragten Lehrerinnen und Lehrer. Wobei 13 davon die Arbeitsmittel zur Demonstration verwenden und nur die Hälfte der Befragten die Schülerinnen und Schüler eigenständig mit den Arbeitsmitteln arbeiten lassen.

Zusammengefasst hat die Auswertung der Interviews ergeben, dass 6 der Befragten eher den ganzheitlichen Ansatz bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins verfolgen, 4 befinden sich eher auf dem traditionellen Weg der Erarbeitung und 8 Lehrkräfte kombinieren diese beiden Wege oder haben sich nicht eindeutig geäußert (Sigl & Gasteiger, 2012).

### Befragung von Schülerinnen und Schülern

Bei einer Interviewstudie in Bayern lösten 22 Schülerinnen und Schüler der 3. Schulstufe im Alter von acht bis zehn Jahren je fünf Einmaleinsaufgaben. Dabei sollte eruiert werden, ob Strategien zum Lösen der Rechnungen angewendet werden bzw. welche Strategien von den Kindern bevorzugt werden.

Die Studie hat ergeben, dass die Kinder 80% der Aufgaben mithilfe von Rechenstrategien lösten, bei 20% wurde keine Strategie angegeben. Welche Strategie bevorzugt wurde, war dabei abhängig von der Aufgabe. Am häufigsten wurde die Nachbaraufgabe angewandt. So wurde zum Beispiel bei den Malaufgaben  $8 \times 7$  und  $6 \times 9$  vom Großteil der Kinder die Nachbaraufgabe als Strategie herangezogen. Bei der Aufgabe  $5 \times 8$  haben die meisten Schülerinnen und Schüler angegeben das Ergebnis über das Halbieren zu ermitteln, etwas weniger Kinder haben diese Aufgabe einfach gewusst und die Restlichen haben bei dieser so wie die meisten Kinder bei der Aufgabe  $3 \times 7$  auf die sukzessive Addition zurückgegriffen (Gasteiger & Paluka-Graham, 2013).

In München wurden 144 Schülerinnen und Schüler der dritten Schulstufe aus 24 Klassen befragt. 16 verschiedenen Schulen waren beteiligt. Bei der Hälfte der befragten Kinder fand die Erarbeitung strategiegeleitet statt, bei der anderen Hälfte erfolgte die Erarbeitung eher traditionell. Dies wurde zuvor durch eine Fragebogenstudie festgestellt. Es wurde ermittelt, inwieweit Kinder mit unterschiedlichem Leistungsvermögen verschiedene Strategien beim Lösen von Einmaleinsaufgaben anwenden können. Dazu mussten die Kinder in Einzelinterviews sechs Aufgaben lösen und die verwendete Strategie wurde ermittelt. Die Studie hat ergeben, dass leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler fähig sind, auf vielfältigere Strategien zurückzugreifen als leistungsschwächere. Zudem wurde jedoch herausgefunden, dass auch die leistungsschwächeren Kinder von der ganzheitlichen Methode profitieren im Vergleich zum traditionellen Ansatz der Erarbeitung (Gasteiger & Koehler, 2016).

Im Zuge eines Forschungsprojektes in Kärnten wurden 96 Schülerinnen und Schüler aus 6 verschiedenen österreichischen Volksschulen befragt. Die Befragung fand am Beginn der dritten Schulstufe statt. Die Kinder lösten jeweils fünf Aufgaben im großen Einmaleins und durften dabei schriftliche Aufzeichnungen machen. Die Studie ergab, dass Kinder, die das Einmaleins ganzheitlich erlernten, weniger Schwierigkeiten haben, Multiplikationen mit höheren Zahlen zu bewältigen, im Vergleich zu Kindern, die das kleine Einmaleins Reihe für Reihe erarbeiteten. Grund dafür ist, dass Kinder, die das kleine Einmaleins ganzheitlich verstanden haben, vielfältigere Strategien anwenden können. So lösten Schülerinnen und Schüler, die das Einmaleins strategiegeleitet erlernten, die Malaufgaben im großen Einmaleins häufiger durch Zerlegungen als Kinder die das Einmaleins Reihe für Reihe erlernten. Diese Kinder verwendeten häufig die wiederholte Addition zur Ermittlung des Ergebnisses (Greiler-Zauchner, 2016)

In drei Volksschulen in Kärnten fand eine Studie statt, bei der 53 Kinder der 3. Schulstufe befragt wurden. Mit allen beteiligten Schülerinnen und Schülern wurde das kleine Einmaleins konsequent ganzheitlich erarbeitet. Dies hat eine Forschung ergeben, an denen die Lehrkräfte der befragten Kinder zuvor teilnahmen. Ziel der Studie war es herauszufinden, welche Strategien die Kinder anwenden, um Malaufgaben „von einstelligen mit zweistelligen Faktoren“ zu lösen, noch bevor dies mit ihnen im Unterricht thematisiert wurde.

Mindestens 72% aller Befragten konnten Aufgaben von einstelligen mit zweistelligen Faktoren durch eine zielführende Rechenstrategie lösen. Schwieriger war es für die Schülerinnen und Schüler bei Multiplikationen von zwei zweistelligen Faktoren. Diese konnten nur 36% der Kinder durch zielführende Rechenstrategien lösen.

Es wurde somit herausgefunden, dass die Mehrheit der Kinder, mit denen das kleine Einmaleins über den konsequent ganzheitlichen Ansatz

erarbeitet wurde, Malaufgaben im großen Einmaleins lösen können, noch bevor dies im Unterricht behandelt wurde (Greiler-Zauchner, 2018).

### Schulbuchanalyse

2022 wurden im Zuge einer wissenschaftlichen Arbeit Schulbücher mit den Empfehlungen zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins abgeglichen. Untersucht wurden die Bücher „Zahlenreise“, „Alles klar!“ und „Die Matheforscher“. Am besten abgeschnitten hat das Schulbuch „Zahlenreise“. Es ist kompatibel mit dem ganzheitlichen Ansatz der Erarbeitung. Die beiden anderen Bücher verleiten zu einer Erarbeitung auf dem veralteten traditionellen Weg. Die Forschung zeigt, dass Lehrkräfte sich ausführlich mit ihren Schulbüchern auseinandersetzen müssen, damit diese die gewünschte Art der Erarbeitung unterstützen (Engler, 2022, S. 74ff).

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die vorliegenden Forschungsergebnisse die Sinnhaftigkeit, das kleine Einmaleins ganzheitlich mit den Kindern zu erarbeiten, bestätigen. Die Berücksichtigung von Rechenstrategien, Arbeitsmitteln und der ganzheitlichen Methode kann dazu beitragen, die mathematischen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler nachhaltig zu stärken und eine solide Grundlage für weiterführende mathematische Kompetenzen zu schaffen. Die vorliegende Masterarbeit erweitert den bisherigen Forschungsstand, indem sie den Fokus auf niederösterreichische Volksschulen legt. Besonders im Mittelpunkt stehen die Einschätzungen der Lehrkräfte über ihre eigenen Unterrichtspraktiken in Bezug auf die ganzheitliche Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Die gewonnenen Erkenntnisse aus den Befragungen der Lehrkräfte werden anschließend durch eine detaillierte Schulbuchanalyse ergänzt, um die Verwendung der Lehrmaterialien in diesem Kontext zu untersuchen und mit den Aussagen der Lehrkräfte zu vergleichen. Durch diese umfassende Herangehensweise soll ein umfassendes Bild über die praktische Umsetzung der ganzheitlichen Erarbeitung des Einmaleins in niederösterreichischen Schulen entstehen.

---

## Empirische Forschung

---

### 9. Methodik

Der Forschungsteil dieser Masterarbeit besteht aus zwei Teilen.

Im ersten Teil wurden qualitative leitfadengestützte Interviews geführt. Um das Vorgehen nachvollziehbar zu machen, werden zunächst die einzelnen Schritte beschrieben (Mayring, Qualitative Inhaltsanalyse - Abgrenzungen, Spielarten, Weiterentwicklungen, 2019). Dazu wird zunächst das Leitfaden-Interview genauer beschrieben. Anschließend wird die Auswahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer erläutert. Zuletzt wird dargestellt, wie die Daten erhoben, diese aufbereitet und ausgewertet wurden.

Im zweiten Teil der Forschungsarbeit wurden einige ausgewählte Schulbücher analysiert. Die Auswahl der verschiedenen Bücher erfolgte nach Angaben von den befragten Lehrpersonen zu deren verwendeten Lehrwerken, um einen Vergleich von den Meinungen der Lehrkräfte und der Analyse der Schulbücher herstellen zu können.

#### 9.1 Ziele und Fragestellungen

Welchen Weg Lehrkräfte bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins mit Schülerinnen und Schülern wählen ist abhängig von pädagogischem Wissen und pädagogischer Überzeugung. Es stellt sich die Frage, wie ausgiebig Lehrkräfte, die aktuell in Schulen unterrichten, in ihrer Ausbildung über die verschiedenen Ansätze aufgeklärt wurden bzw. wieviel sich Lehrkräfte mit dem Thema auseinandergesetzt haben. Im Theorie-teil dieser Arbeit wurde bereits über die verschiedenen Wege der Erarbeitung berichtet, nun gilt es herauszufinden, welcher Weg sich für Lehrerinnen und Lehrer in der Praxis als angebracht oder eher als bequem erweist. Vielleicht lassen sich manche von der Art und Weise, wie in der

eigenen Schulzeit gelernt wurde, beeinflussen. Heute werden an pädagogischen Hochschulen die Vorteile der ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins gelehrt und diskutiert. Wie handeln jedoch Lehrkräfte in den Schulen, wenn es zur Erarbeitung kommt? Sind ihnen die Vorteile der ganzheitlichen Erarbeitung bewusst? Daraus ergibt sich folgende Fragestellung:

Wie haben Lehrkräfte die Erarbeitung des kleinen Einmaleins in der eigenen Grundschulzeit erfahren und welchen Ansatz forcieren sie nun in ihrem Unterricht?

Inwiefern unterstützen Lehrkräfte aus niederösterreichischen Volksschulen Schülerinnen und Schüler dabei, das kleine Einmaleins zu verstehen?

Diese Masterarbeit soll zum einen Aufschluss darüber geben, inwieweit Kinder in niederösterreichischen Volksschulen von ihren Lehrkräften gefördert werden, das kleine Einmaleins ganzheitlich zu verstehen, oder ob doch der traditionelle Ansatz fokussiert wird. Zum anderen werden verschiedene Schulbücher analysiert und dabei auf die Kompatibilität mit dem ganzheitlichen Ansatz eingegangen. Eine weitere Fragestellung, die in dieser Arbeit beantwortet werden soll lautet somit:

Inwieweit werden Lehrkräfte durch Schulbücher bei der ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins unterstützt?

Die Arbeit geht über die bisherigen qualitativen Studien hinaus, indem sie sich auf niederösterreichische Volksschulen bezieht und der Bezug zu den Schulbüchern hergestellt wird. Im Vordergrund steht die Einschätzung der Lehrkräfte über ihren eigenen Unterricht.

Zusammenfassend sollen die Befragungen Auskunft darüber geben, ob strategiegeleitetes Erarbeiten des kleinen Einmaleins gefördert wird oder ob der traditionelle Weg des Auswendiglernens fokussiert wird bzw. überwiegt. Bei der Befragung wird zusätzlich zwischen Ableiten innerhalb einer Reihe und der konsequent ganzheitlichen Erarbeitung unterschieden. Weiters werden Gründe über Vorlieben der gewählten Erarbeitung hinterfragt und eruiert, welche Hilfsmittel bzw. Materialien dafür im Unterricht eingesetzt werden. Das von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern verwendete Schulbuch soll auch thematisiert werden, um die Meinungen der Lehrkräfte mit der Schulbuchanalyse gegenüberstellen zu können. Auskunft soll dabei gegeben werden über die Art des Schulbuches, die Zufriedenheit damit und die Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz. Zuletzt wird noch die Meinung zur Rolle der Lehrkraft bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins eingeholt und erfragt, ob der konsequent ganzheitliche Weg für alle Schülerinnen und Schüler, also auch für rechenschwache Kinder als sinnvoll erachtet wird.

## 9.2 Erhebungsinstrument – Leitfadeninterview

Die für das Interview entwickelten Fragen haben zum Ziel, mehr über die Erarbeitungsmethoden niederösterreichischer Lehrkräfte beim kleinen Einmaleins in Erfahrung zu bringen. Dazu wurden halbstrukturierte Interviews geführt, für die im Vorfeld ein Leitfaden erstellt wurde. Das Leitfadeninterview ermöglicht laut Döring und Döring (2016, S. 372) einen anschließenden Vergleich der gegebenen Antworten. Es wird zwar bei jedem Interview der gleiche Leitfaden verwendet, dieser kann jedoch je nach Gesprächsverlauf angepasst werden. Ziel ist es, mit den Befragten ein möglichst ungezwungenes und offenes Gespräch zu führen. Sie sollen die Möglichkeit haben, die offenen Fragestellungen ohne Druck in eigenen Worten schildern zu können. Die Befragten teilen dabei die eigenen Ansichten mit. Somit können sich die Fragestellungen durch Anpassung an die Situation verändern oder es ergeben sich Fragen, die

nicht im Leitfaden enthalten waren. Es wird so lange nachgefragt, bis die Bedeutung der Antworten verstanden wurde.

Am Beginn des Leitfadeninterviews werden biografische Grundinformationen erfragt, um sich angemessen auf die Gesprächspartnerin oder den Gesprächspartner einstellen zu können. Darauf folgen allgemeine Fragen zur Thematik der Forschung die bei Notwendigkeit durch detaillierte Fragen ausgeschmückt werden.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Leitfadeninterviews durchzuführen. Für diese Forschung wurde die Variante des Einzelinterviews gewählt. Die Interviews wurden nach Einverständnis der Befragten durch Audioaufzeichnung festgehalten, um eine anschließende Transkription zu ermöglichen. Der erstellte Leitfaden enthält 11 Hauptfragen die folgendermaßen aufgebaut wurden:

Teil	Thema	Hauptfragen
1	Einstieg und Soziodemographische Daten	3
2	Erläuterung des Themas und Erfahrungen der Befragten	2
3	Erläuterung der eigenen Unterrichtskultur	2
4	Schulbuch	1
5	Die Rolle der Lehrkraft und die Diversität der Kinder	2
6	Abschluss und Sonstiges	1

*Tabelle 1: Aufbau des Interview-Leitfadens*

Der vollständige Leitfaden ist dem Anhang zu entnehmen.

### 9.3 Auswahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer

Laut Schreier (2020) gibt es unterschiedliche Meinungen zur Größe einer Stichprobe und ob es vor der Durchführung der Interviews eine Festlegung dieser Größe überhaupt geben muss. Gibt es keine vorherige Festlegung der Anzahl, dann sollten so viele Befragungen stattfinden, bis

keine neuen Auskünfte mehr erfolgen. Schreier erwähnt hier den Begriff der Sättigung. Dennoch führen viele Forscherinnen und Forscher zur Sicherheit lieber zu viele als zu wenige Interviews.

Die Auswahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer spielt eine wesentliche Rolle. Bei dieser Arbeit wurde nach dem „Schneeballverfahren“ vorgegangen (Schreier, 2020). Somit nannten die Befragten weitere Personen, die die bestimmten Kriterien erfüllten. Im Folgenden werden die Kriterien beschrieben, die zu möglichst aussagekräftigen Ergebnissen führen sollten:

Um herauszufinden, wie in niederösterreichischen Schulen das kleine Einmaleins erarbeitet wird und worauf dabei der Fokus gelegt wird, wurden bei dieser Forschung zehn Lehrerinnen und Lehrer aus zehn verschiedenen Volksschulen befragt. Für aussagekräftige Ergebnisse war es für das Interview Voraussetzung, dass die Befragten zuvor bereits in einer 2. Schulstufe unterrichtet haben. Da eine Lehrkraft in der Volksschule jederzeit eine 2. Klasse bekommen kann, war der Abstand zum letzten Unterricht in jener Schulstufe irrelevant. Die Berufserfahrung der Interviewten wurde dabei bewusst unterschiedlich gewählt. So arbeitete zum Zeitpunkt der Befragung die Person mit der längsten Berufserfahrung bereits 40 Jahre und die Person mit der kürzesten Berufserfahrung erst 6 Jahre als Lehrkraft in einer Volksschule. Ein weiteres Auswahlkriterium der Interviewpartnerinnen und Interviewpartner, war die aktive Tätigkeit im Lehrberuf. Bereits pensionierte Lehrerinnen und Lehrer als auch Studentinnen und Studenten vor dem Berufseinstieg wurden somit von der Teilnahme ausgeschlossen.

Die Standorte der Volksschulen an denen die befragten Lehrpersonen zum Zeitpunkt der Befragung unterrichteten erstreckt sich über ganz Niederösterreich. Zwischen den zwei am weitesten entfernten Standpunkten liegt eine Strecke von ca. 200 km.

Die folgende Tabelle zeigt die Berufserfahrung und den aktuellen Tätigkeitsbereich der befragten Lehrkräfte:

Interviews	Aktive Berufserfahrung	Anstellung	Klassenführend	Schulstufe im vergangenen Schuljahr
B1	3 Jahre	18 h Personalreserve	Nein	1.-4.
B2	3 Jahre	Teilzeit als Stützkraft	Nein	1.-4.
B3	6 Jahre	Vollzeit	Ja	4.
B4	7 Jahre	Teilzeit	Ja	1.
B5	9 Jahre	Vollzeit	Ja	3.
B6	21	19 h	Ja	1.
B7	22 Jahre	Teilzeit	Ja	3.
B8	26 Jahre	Vollzeit	Ja	4.
B9	31 Jahre	Vollzeit	Ja	0. + 1. + 2.
B10	40 Jahre	Vollzeit	Ja	3.

Tabelle 2: Stichprobenbeschreibung

## 9.4 Erhebung und Aufbereitung der Daten

Die Interviews wurden je nach Präferenz der Befragten entweder in privaten Räumlichkeiten oder via Zoommeetings geführt. Drei Befragungen fanden somit bei den Teilnehmerinnen oder Teilnehmer zuhause statt und die restlichen sieben via Zoommeetings. Alle Interviews wurden im Juli 2023 geführt und somit nach vollendetem Schuljahr. Die Kontaktaufnahme mit zehn Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus zehn verschiedenen Schulen erfolgte sehr schnell und alle Beteiligten gingen motiviert und offen in das Gespräch. Die Dauer der Interviews befand sich im Rahmen von 14 bis 21 Minuten. Damit die Befragten ein besseres Verständnis für das Forschungsvorhaben bekamen, wurde ihnen im Vorfeld das Thema der Befragung bekannt gegeben und wesentliche Inhalte aus dem Interviewleitfaden erläutert. Die Gespräche wurden aufgezeichnet, und im Anschluss transkribiert. Durch das Transkript wird eine

anschließende Analyse der Interviews ermöglicht (Dresing & Pehl, 2015, S. 17ff). Der Fokus der Transkription liegt auf den Inhalten der Gespräche. Dafür wurde der Text wörtlich transkribiert und vom Dialekt geglättet, um eine einfache Lesbarkeit zu erreichen.

## 9.5 Auswertung der Daten

Nachdem die zehn Interviews transkribiert wurden, erfolgte die Auswertung der Daten. Dabei soll laut Mayring (1994, S. 162ff) nach System und Regeln vorgegangen werden. Entscheidend ist, schrittweise vorzugehen und das Material in Kategorien einzuteilen. Anschließend werden alle Teile aus dem Transkript, die unter die festgelegten Kategorien fallen, herausgesucht und ein Kodierleitfaden erstellt. Dazu werden „Ankerbeispiele“ angeführt, die als Beispiele für die jeweilige festgelegte Kategorie stehen. Durch die Bestimmung von Kodierregeln soll es möglich sein, die Textteile genau zuzuordnen. Folgende Kategorien haben sich bei dieser Forschung herauskristallisiert:

- Erfahrungen aus eigener Grundschulzeit
- Vor- und Nachteile des traditionellen Ansatzes
- Erarbeitungsansatz im eigenen Unterricht
- Verwendete Materialien bei der Erarbeitung
- Schulbuchzufriedenheit und ganzheitlicher Ansatz
- Die Rolle der Lehrkraft
- Ganzheitlicher Ansatz und rechenschwache Kinder

## 10. Ergebnisse – Leitfadeninterview

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt in Anlehnung an den Interviewleitfaden. Zunächst wird beschrieben, welche Erarbeitungsansatz die befragten Lehrpersonen in ihrer eigenen Grundschulzeit erfahren haben. Im darauffolgenden Kapitel wird dargestellt, welche Vor- und Nachteile des traditionellen Ansatzes die Teilnehmerinnen und Teilnehmer angegeben haben. Darauf folgt eine Erläuterung der von den Befragten forcierten Erarbeitungsansätze. Im nächsten Schritt werden die bei der Erarbeitung verwendeten Materialien erwähnt. Des Weiteren wird beschrieben, welche Schulbücher von den befragten Lehrkräften zuletzt verwendet wurden, die Zufriedenheit damit und die Kombinierbarkeit mit dem ganzheitlichen Ansatz. In den letzten beiden Kapiteln folgt eine Erklärung der Rolle in der sich die befragten Lehrerinnen und Lehrer bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins sehen und deren Meinung, ob sie den ganzheitlichen Ansatz für alle Kinder als sinnvoll betrachten. Die Ergebnisse werden mit vereinzelt Zitat aus den Transkripten der Befragungen dargestellt.

### 10.1 Erfahrung aus eigener Grundschulzeit

„Definitiv die erste Form. Traditionell auswendig gelernt.“ (B10) Das war die Antwort einer Lehrperson auf die Frage, auf welche Art die befragten Lehrerinnen und Lehrer selbst in der eigenen Grundschulzeit das kleine Einmaleins gelernt haben. Sechs der Lehrkräfte meinten ohne Zweifel, dass die Erarbeitung in ihrer eigenen Grundschulzeit nach dem traditionellen Ansatz, nämlich dem Auswendiglernen, stattgefunden hat. Weitere drei Lehrpersonen waren sich darüber nicht ganz sicher, vermuteten jedoch auch, dass sie das Einmaleins über Auswendiglernen erarbeiteten:

„Soweit ich mich erinnern kann, war es hauptsächlich auswendig lernen.“ (B2)

Nur eine einzige Lehrkraft aus den zehn Befragten glaubte sich erinnern zu können, das kleine Einmaleins über den ganzheitlichen Ansatz beigebracht bekommen zu haben:

„Ich glaub ich hab (...) über den ganzheitlichen Ansatz gelernt.“ (B1)

## 10.2 Vor- und Nachteile des traditionellen Ansatzes

Dass es sowohl Vorteile als auch Nachteile beim traditionellen Weg der Erarbeitung gibt, darüber sind sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer einig.

Als Nachteil sehen vier der Lehrerinnen und Lehrer das fehlende Verständnis für das Malnehmen. Der Malbegriff würde somit von vielen Kindern nicht richtig verstanden werden:

„Dass die Kinder nicht verstehen, wie es funktioniert, sondern nur Zahlen auswendig lernen.“ (B1)

„Der Nachteil ist, dass Kinder die vielleicht nur auswendig lernen den Malbegriff nicht (...) verstanden haben.“ (B9)

Außerdem erwähnen fünf Lehrpersonen, dass es vielen Kindern, die das kleine Einmaleins nur auswendig lernen, nicht möglich ist, sich noch nicht automatisierte Malaufgaben von bereits gelernten abzuleiten:

„Das negative ist aber, wenn man eine Rechnung dann nicht weiß, dass man sie überhaupt nicht ableiten kann und das ist dann eben das große Problem.“ (B6)

Ein weiterer Nachteil, den zwei Lehrpersonen nennen ist, dass sich die Kinder beim reinen Auswendiglernen viel merken müssen, das später wieder vergessen wird. Außerdem hätten Kinder teilweise Schwierigkeiten dabei, sich überhaupt das ganze Einmaleins zu merken:

„[D]u musst dir halt ganz viel merken. Und ja, es ist eigentlich nur ein lernen und wieder vergessen.“ (B3)

„[W]enn sich ein Kind schwer tut beim Auswendiglernen, dann bleibt es oft bei gewissen Rechnungen hängen.“ (B5)

Weiters wurde noch von einer Lehrkraft erwähnt, dass sich die Kinder, die das Einmaleins nur auswendiggelernt haben häufig verrechnen (B4) und eine andere fügte noch hinzu, dass diese Kinder in weitere Folge Schwierigkeiten bei der Division und anderen Rechenverfahren hätten (B2).

Obwohl die Nachteile überwiegen, haben doch fast alle Befragten auch über Vorteile berichtet. Nur eine Lehrperson hat keine Meinung zu den Vorteilen geäußert.

Drei Lehrkräfte meinten, dass der traditionelle Weg für mancher Kinder positiv sein kann, da sie schnell viele Ergebnisse erlernen können:

„[W]enn sie es wirklich auswendig lernen und richtig können, dann sind sie viel schneller.“ (B4)

Eine weitere Argumentation von drei Lehrpersonen war, dass vor allem schwächere Schülerinnen und Schüler einen Vorteil daraus haben könnten, weil sie das Einmaleins nicht verstehen müssten, sondern nur auswendig lernen könnten:

„Da hilft einfach das Auswendiglernen wie ein Gedicht.“ (B7)

„Naja für die ganz schwachen Kinder ist es vielleicht von Vorteil, die gut Auswendiglernen können.“ (B10)

Von einer Person wurde noch genannt, dass auch das schriftliche Multiplizieren und das Dividieren keine Probleme mehr bereitet, wenn das Einmaleins gut auswendig gelernt wurde und dass die Aufgaben nach viel Übung automatisiert und abrufbar sind:

„[W]enn ein Kind extrem gut die Malreihen kann also wirklich automatisiert hat dann ist das natürlich schon ein Vorteil für die weiteren Rechenwege beim Multiplizieren und beim Dividieren.“ (B9)

### 10.3 Erarbeitungsansatz im eigenen Unterricht

Sechs befragte Lehrpersonen forcieren in ihrem eigenen Unterricht das Ableiten innerhalb einer Reihe.

„Also ich forciere schon auch Ableiten. Aber prinzipiell durch die Bücher haltet man sich schon eigentlich an die Reihenfolge von den Malreihen.“ (B3)

„Wir machen es schon, dass wir es zusammenhängen und dass wir es miteinander verbinden aber wir halten uns an eine Reihenfolge von den Reihen.“ (B4)

Eine von diesen sechs Lehrkräften meinte, zwar bis zuletzt das Ableiten innerhalb einer Reihe forciert zu haben, sich in Zukunft jedoch mehr mit dem ganzheitlichen Ansatz beschäftigen zu wollen (B2).

Zwei Lehrpersonen gaben an, den traditionellen Ansatz mit dem Ableiten innerhalb einer Reihe zu kombinieren:

„[B]ei den Schulbüchern (...) war der traditionelle Erarbeitungsweg eigentlich vorgegeben. Darum habe ich diese Methode dann verwendet aber ich habe natürlich auch das Prinzip des Ableitens integriert.“ (B2)

„Also eine Reihenfolge eingehalten und Auswendiglernen für die Schwachen und auch für die Guten.“ (B7)

Eine Lehrperson meinte, eine Kombination aus ganzheitlichem und traditionellem Erarbeiten in ihrem Unterricht zu forcieren (B1).

Nur eine Lehrkraft hat angegeben, die Erarbeitung auf konsequent ganzheitlichem Weg durchzuführen:

„Also ich erarbeite das Einmaleins auf die 3. Art und Weise.“ (B10)

### 10.4 Verwendete Materialien bei der Erarbeitung

Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer waren der Meinung, dass Materialien bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins nicht fehlen dürfen:

„Also ich finde, Materialien (...) sind notwendig (...) bei der Erarbeitung. [E]infach, dass die Kinder selber eben handeln können und das einfach für sie besser ersichtlich ist.“ (B2)

„[E]s ist schon sehr wichtig, dass die Kinder alles sehr anschaulich vermittelt bekommen (...). Also das ist mir selber sehr wichtig, weil gerade die schwächeren das sehr brauchen.“ (B8)

Sechs Lehrpersonen erwähnten Materialien mit denen die Malaufgaben zeitlich-sukzessiv handelnd dargestellt werden können. Dazu wurden Muggelsteine, Kluppen, Kastanien, Stifte, Würfel, Murmeln, Steckwürfel, Kugeln und Stamperl genannt.

Von vier Lehrkräften wurden Materialien genannt, die plakativ für eine gewisse Malreihe stehen, wie Socken oder Schuhe bei der Zweierreihe, Autos bei der Viererreihe, selbstgebastelte oder Bilder von Spinnen bei der Achterreihe und die Hände sowohl bei der Fünfer- als auch bei der Zehnerreihe.

Zwei der Befragten arbeiten mit dem Perlenmaterial von Montessori, eine davon fügte noch das Multiplikationsbrett von Montessori hinzu:

„Ich habe diese Perlenketten von Montessori und es kommt dann drauf an in welcher Schule man ist. Aber viele Schulen haben auch das Montessorimultiplikationsbrett und das würde ich wahrscheinlich einsetzen.“ (B1)

Von zwei Lehrkräften wurde die Hundertertafel erwähnt, eine davon fügte das Hunderterfeld hinzu und eine dritte Lehrperson sprach von Punktefeldern. Informationen zu diesen Materialien können dem Kapitel 2.4.3.9 entnommen werden.

Von zwei der Befragten wurde in diesem Zuge die Bewegung genannt:

„[I]ch baue es dann, eine Zeit auch zum Beispiel im Sportunterricht ein, sie müssen 3x5 Kniebeugen machen oder so Sachen.“ (B10)

Eine Lehrperson gab an, mit der Einmaleinstafel zu arbeiten (siehe Kapitel 6.3) (B3).

Drei der Befragten meinten, dass die Verwendung des Materials davon abhängt, was in der jeweiligen Klasse bzw. in der Schule vorhanden ist.

## 10.5 Schulbuch – ganzheitlicher Ansatz

Vier Lehrpersonen gaben an zuletzt in der 2. Schulstufe mit dem Schulbuch „Alles Klar!“ gearbeitet zu haben. Alle vier sind grundsätzlich zufrieden mit diesem Lehrwerk. Dennoch meinte eine, dass es bessere Bücher gäbe und eine weitere möchte zukünftig auf das Schulbuch „MiniMax“ wechseln:

„[G]rundsätzlich war ich schon zufrieden, aber ich würde nächstes Mal gerne ein anderes ausprobieren zum Beispiel das MiniMax, weil ich von dem einfach schon (...) viel Gutes gehört habe.“ (B2)

Alle vier Lehrkräfte meinten, dass das Lehrwerk „Alles Klar!“ die Erarbeitung nach dem konsequent ganzheitlichen Ansatz nicht oder nicht ausreichend unterstützt:

„Nein, an und für sich nicht. Also das ist ein traditionelles Buch mit Malreihe wird erarbeitet und dann Übungen dazu.“ (B9)

„Nein, das ganz ganzheitliche kannst du nicht machen.“ (B4)

Zwei Lehrpersonen gaben an mit dem Schulbuch „MiniMax“ zuletzt gearbeitet zu haben. Beide waren jedoch nicht sehr zufrieden damit. Eine davon möchte zukünftig mit dem Lehrwerk „Flex und Flo“ arbeiten:

„[D]as hat mir dann nicht mehr so gefallen auch von den Rechenstrategien, die wir auch in der ersten auch so verwenden. Wir sind immer noch

auf der Suche, nach dem perfekten Mathematikbuch und haben es noch nicht gefunden.“ (B8)

Beide Lehrkräfte waren der Meinung, dass sich das Buch „MiniMax“ eher nicht mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz kombinieren lässt und erwähnten, dass man ohnehin immer zusätzliches Material zu einem Buch benötigen würde, dann könnte man trotzdem ganzheitlich erarbeiten:

„Der MiniMax geht trotzdem eben die Reihen durch mehr oder weniger, wo dann einfach das ganzheitliche schwierig ist. Du kannst vorher das ganzheitlich erarbeiten und das Buch dann eigentlich hinterher zum Nacharbeiten nehmen. Genau, aber so für diese Methode selbst ist er auch ungeeignet.“ (B6)

Von je einer Lehrperson wurde die „Zahlenreise“ und das „Flex und Flo“ genannt. Beide sind mit den Büchern ganz zufrieden. Bei richtigem Einsatz würden sich auch beide Bücher mit dem ganzheitlichen Ansatz kombinieren lassen:

„Wenn man es richtig einsetzt, dann ja, würde ich schon sagen.“ (B1)

Eine Lehrkraft (B10) verwendete bereits viele Male „Das Zahlenbuch“. Sie ist damit sehr zufrieden und es unterstützt ihrer Meinung nach den konsequent ganzheitlichen Ansatz.

Eine Lehrperson konnte sich nicht mehr an das zuletzt verwendete Buch erinnern, möchte aber zukünftig auf Grund von Empfehlungen den „Mathebus“ verwenden.

## 10.6 Die Rolle der Lehrkraft

Eine der Hauptaufgaben von Lehrerinnen und Lehrer sehen vier der Befragten darin, den Malbegriff gut zu erarbeiten:

„Ja das Wichtigste ist einmal, dass sie überhaupt wissen, was das Mal heißt. Und das kannst du ihnen nur als Lehrerin vermitteln. Sind ganz wenige, die das von selber halt sich beibringen.“ (B4)

„Für mich ist es einfach einmal wichtig, dass die Kinder verstehen, was der Malbegriff überhaupt bedeutet. Da sehe ich mich eigentlich in der wichtigsten Rolle, dass ich ihnen das klar mache.“ (B6)

Eine dieser drei fügte noch hinzu, dass es wichtig sei, den Bezug zum Alltag der Kinder herzustellen (B10).

Von drei Lehrpersonen wurde noch einmal das Anschauungsmaterial erwähnt, das von Lehrerinnen und Lehrern in ausreichender Menge zur Verfügung gestellt werden muss:

„Dass man den Kindern so viel Material wie möglich zur Verfügung stellt, dass sie wirklich legen können mit Material, da das aufbauen können, selber die Malreihen aufbauen können.“ (B9)

Lehrerinnen und Lehrer sollen den Kindern Zeit geben, dass sie das Einmaleins verstehen können und selbstständig lernen können. Das war die Meinung von drei befragten Lehrkräften:

„[B]ei mir gibt es die Erarbeitungsphasen und ich halte mich generell beim Unterricht eher zurück, dass die Kinder eigentlich viel mehr in die Selbstständigkeit kommen und sich auch, womöglich selber irgendwelche Sachen erarbeiten müssen.“ (B5)

„[S]ich selbst vielleicht ein bisschen zurückzunehmen und nicht das immer vorzukauen. Sondern eher, ja, es den Kindern verstehen lassen. Sich dafür die Zeit zu nehmen. Das ist glaub ich der wichtigste Teil.“ (B1)

Außerdem gehört es zu den Aufgaben der Lehrperson, laut drei der Teilnehmerinnen und Teilnehmer, den Kindern verschiedenste Zugänge zu bieten, damit diese auf ihren individuellen Weg lernen können:

„[A]uf sie dann eingehen, wenn sie Probleme haben, vielleicht einen anderen Ansatz zeigen oder einen anderen Zugang ihnen erklären aber dann eher auf individueller Basis.“ (B7)

Von zwei Lehrpersonen wurde noch erwähnt, dass es wichtig sei, das Einmaleins auf spielerische Weise mit den Kindern zu erarbeiten. Andere zwei Lehrkräfte fügten hinzu, dass man mit den Schülerinnen und Schülern regelmäßig üben müsse. Dazu sei aber laut drei der Befragten unbedingt die Unterstützung der Eltern notwendig. In der Schule alleine, würde die Zeit dafür nicht ausreichen:

„[M]it der Elternarbeit, also das ist einfach auch das um und auf und immer wieder den Eltern sagen, dass die Malreihen, dass die dann einfach gelernt werden müssen, dass das wirklich eine Notwendigkeit ist. (B8)

„Und die Übungsphase, die kann dann das Buch übernehmen, das können dann auch die Eltern übernehmen.“ (B6)

„Ein großer Brocken liegt da schon bei den Kindern und bei den Eltern, dass die das üben, für das ist in der Schule nicht so viel Zeit.“ (B4)

## 10.7 Ganzheitlicher Ansatz und rechenschwache Kinder

Grundsätzlich sind vier der befragten Lehrkräfte der Meinung, dass der konsequent ganzheitliche Ansatz für alle Schülerinnen und Schüler sinnvoll wäre, also auch für rechenschwache Kinder. Eine davon ist sogar der Meinung, dass dieser Ansatz besonders für rechenschwache Kinder sinnvoll ist:

„Also ich denke, dass der ganzheitliche Ansatz für die rechenschwachen Kinder besonders gut ist, weil sie halt einfach sich die Dinge schwerer merken als andere Kinder und somit haben sie vielleicht Strategien wo sie sich es erleichtern können.“ (B3)

Dennoch sprechen die anderen drei davon Zweifel bezüglich der Durchführung aus. Zwei glauben, dass es immer Kinder geben wird, die das kleine Einmaleins auswendig lernen, auch wenn man es ihnen als

Lehrerin oder als Lehrer immer wieder nach dem ganzheitlichen Ansatz versucht anzubieten:

„[W]ichtig ist, dass man es ihnen immer wieder anbietet auch auf der anschaulichen Ebene das ist ganz wichtig. Aber wir werden immer Kinder haben, die dann die Malreihen auswendig lernen.“ (B9)

Der Zweifel der dritten Lehrperson hängt mit den unzureichenden Ressourcen zusammen:

„[I]m Großen und Ganzen [glaube ich,] wäre es für rechenschwache Kinder auch geeignet, wenn sie die entsprechende Unterstützung haben und da ausreichend Personal zur Verfügung steht.“ (B1)

Drei Lehrkräfte äußerten sich unsicher. Die Gründe dafür waren unterschiedlich. So meinte eine davon, dass rechenschwache Kinder womöglich überfordert wären: „[I]ch könnte mir vorstellen, dass da vielleicht rechenschwache Kinder bisschen überfordert sind momentan. (B2)

Eine andere begründete ihre Aussage mit dem Zeitaufwand:

„[I]ch glaube, dass der Zeitaufwand dann zu lange ist. (...) Die tun sich sicher leichter, wenn sie einfach pro Reihe die selbe Struktur haben.“ (B7)

Drei der befragten Lehrpersonen sprachen ein klares „Nein“ aus. Deren Ansicht nach ist der konsequent ganzheitliche Ansatz nichts für rechenschwache Kinder. Die Gründe dafür waren, dass das Herleiten von Aufgaben die Kinder noch mehr verwirren würde, nicht jedes Kind auf den ganzheitlichen Ansatz ansprechen würde und, dass dafür zu viel Förderung notwendig wäre:

„Nein, ich glaube, dass das nur für die ganz geschickten ist. Dieses von selber alles herleiten können, (...) verwirrt sie noch mehr.“ (B4)

„[I]ch meine grundsätzlich ist der ganzheitliche Ansatz voll wichtig, ja, dass man ihn anbietet, aber es spricht nicht ein jedes Kind darauf an.“ (B5)

„[I]ch glaube, dass es schon möglich ist, auch für rechenschwache Kinder, aber ich glaube, dass man da ganz, ganz viel Einzelarbeit, Kleingruppenarbeit braucht, und das ist leider der Schulalltag nicht in der Volksschule, das ist das große Problem, glaube ich.“ (B6)

## 11. Schulbuchanalyse

Bei der Analyse der Schulbücher aus der 2. Schulstufe wird der Blick rein auf die Erarbeitung des kleinen Einmaleins gerichtet. Analysiert werden jene Lehrwerke, die von den befragten Lehrpersonen zuletzt im Unterricht eingesetzt wurden. Um die Schulbücher im Anschluss vergleichen zu können, wird die Analyse in Kategorien eingeteilt. Im Folgenden werden die Kategorien aufgelistet und die Fragen, die dazu beantwortet werden sollen angeführt:

- **Aufbau und Struktur**  
Ist das Buch logisch aufgebaut und bietet somit eine klare Struktur?  
Zunächst wird die Struktur des Buches sachlich beschrieben. Es wird dabei darauf geachtet, wie in den Büchern bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins vorgegangen wird.
- **Verständliche Erklärungen**  
Sind die Texte verständlich und altersgerecht formuliert?
- **Visuelle Unterstützung**  
Werden passende visuelle Elemente zur Veranschaulichung verwendet?
- **Vielfältige Übungen und Aktivitäten**  
Bietet das Buch vielfältige Aufgabenstellungen, um die unterschiedlichen Lernstiele und Fähigkeiten der Kinder anzusprechen?
- **Praktische Anwendungen**  
Erfolgt im Schulbuch ein Bezug zum Alltag, damit die Kinder die Relevanz und Anwendbarkeit des Einmaleins verstehen?
- **Differenzierungsmöglichkeiten**  
Weist das Buch Differenzierungsmöglichkeiten auf?
- **Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Erarbeitungsansatz**  
Lässt sich das Buch mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz kombinieren?  
Welche Ableitungsstrategien werden angeboten?

## 11.1 Schulbuch 1 – Alles Klar!

Autoren: Notburga Grosser und Maria Koth

Verlag: Veritas

### **Aufbau und Struktur**

Beim Schulbuch „Alles Klar!“ gibt es einen A und einen B Teil.

Im Teil A ist die erste Aufgabe zur Multiplikation das Suchen von Malaufgaben in einer Abbildung. Diese sollen sowohl als wiederholte Addition als auch als Malaufgabe aufgeschrieben werden.

Es folgen weitere Aufgaben zur wiederholten Addition in Kombination mit der Multiplikation.

Im nächsten Schritt wird im Buch auf die Tauschaufgabe eingegangen.

Im Anschluss wird die Zehnerreihe behandelt.

Gleich auf der darauffolgenden Seite wird die Fünferreihe erarbeitet.

Als nächstes wird die Zweierreihe im Buch thematisiert.

Die Erarbeitung der genannten Reihen erfolgt auf je einer Buchseite, die ident aufgebaut sind.

Auf den nächsten Seiten folgen Aufgaben zum Wiederholen der Zehner-, Fünfer- und Zweierreihe. Dabei werden auch Sachsituationen geschildert und auch auf die Division wird bereits eingegangen.

Im Teil B werden zuerst die Viererreihe und dann die Achterreihe angeführt. Auch hier ist der Aufbau wieder gleich wie bei den Malreihen davor.

Die nächste Seite ist als „Zusammenhang zwischen Vierer- und Achterreihe“ betitelt.

Es folgen weitere Aufgaben zur Zweier-, Vierer und Achterreihe. Dabei wird auch wieder die Division aufgegriffen.

Bevor weitere Malreihen erarbeitet werden, erfolgen gemischte Aufgaben. Hier werden alle bisher gelernten Malreihen aufgegriffen.

Als nächste Malreihe wird die Dreierreihe angeführt, darauf folgt die Sechserreihe mit der gleichen Vorgehensweise wie bei den Malreihen

zuvor. Wieder werden im Anschluss Übungen zur Dreier- und Sechserreihe angeführt.

Im nächsten Schritt wird die Neunerreihe behandelt. Darauf folgen Aufgaben zur Dreier-, Sechser und Neunerreihe. Auch die Division wird wieder aufgegriffen.

Nach gemischten Aufgaben aus allen bisher gelernten Malaufgaben folgen Sachaufgaben.

In der Mitte des B-Teils wird auf das Verdoppeln und Halbieren eingegangen. Bei jeweils einer Übung wird die Zweierreihe thematisiert.

Nach längerer Pause von den Einmaleinsaufgaben folgt die Siebenerreihe, die als letzte Malreihe angeführt wird. Der Aufbau ist dabei wie gewohnt. Auch die Division wird gleich wieder aufgegriffen.

Nach ein paar weiteren Aufgaben zur Siebenerreihe folgen weitere Übungen zum kleinen Einmaleins, bei denen nun alle Malreihen vorkommen.

Hier noch einmal die Reihenfolge der Malreihen:

10er, 5er, 2er, 4er, 8er, 3er, 6er, 9er, 7er

### **Verständliche Erklärungen**

Viele Übungen im Buch kommen generell ohne Text aus. Wenn Texte vorhanden sind, werden diese sehr kurz gehalten und sind so für Kinder leicht verständlich. Auch bei den Sachaufgaben wird ein leicht verständlicher Wortschatz gewählt.

### **Visuelle Unterstützung**

Bei jeder Malreihe werden zunächst Bilder passend zur jeweiligen Reihe gezeigt. Zusätzlich werden immer die Punktefelder dargestellt.

## Zweierreihe

1 Wie viele Füße?



2



$$1 \cdot 2 = \underline{\quad}$$



$$2 \cdot 2 = \underline{\quad}$$



$$5 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

3



$$\underline{\quad} \cdot 2 = \underline{\quad}$$



$$\underline{\quad} \cdot 2 = \underline{\quad}$$



$$\underline{\quad} \cdot 2 = \underline{\quad}$$



$$\underline{\quad} \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Abbildung 1: Visuelle Unterstützung – Zweierreihe (Alles Klar! Teil A, S. 82)

Auch die Sachaufgaben werden stets mit einem kleinen Bild unterstützt.

3 In einer Vase sind  
9 Zweige.  
An jedem Zweig sollen  
drei Ostereier hängen.  
Wie viele Eier werden  
benötigt?

R: \_\_\_\_\_

A: Es werden \_\_\_\_\_ Eier benötigt.



Abbildung 2: Visuelle Unterstützung – Sachaufgabe (Alles Klar! Teil B, S. 44)

## Vielfältige Übungen und Aktivitäten

Bei den Übungen zum kleinen Einmaleins handelt es sich hauptsächlich um Aufgaben, die entweder direkt im Buch gelöst werden oder im Heft gerechnet werden können. Zweimal wird auf eine Übungsmöglichkeit in Partnerarbeit hingewiesen, bei der mit dem Hunderterfeld gearbeitet werden soll. Und zwei Einmaleinsspiele sind enthalten, die entweder zu zweit oder zu dritt gespielt werden können.

## Praktische Anwendungen

Der Bezug zum Alltag des Kindes ist eher hintergründig. Durch vereinzelte Sachaufgaben wird die Anwendbarkeit dargestellt.

3 Lucia übt täglich 10 Minuten auf der Flöte.  
Wie lange übt Lucia in einer Woche? Antworte in Stunden und Minuten.  
R: \_\_\_\_\_  
A: \_\_\_\_\_

Abbildung 3: Bezug zum Alltag – Sachaufgabe (Alles Klar! Teil B, S. 76)

## Differenzierungsmöglichkeiten

Immer wieder werden schwierigere Aufgaben eingebaut. Diese sind mit einer Glühbirne gekennzeichnet.

## Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz

Auffallend ist, dass bereits von Beginn an das Ergebnis ermittelt werden soll. Wie in dieser Arbeit mehrmals angeführt, sollte zu Beginn der Erarbeitung der Fokus auf der Malaufgabe und nicht auf dem Ergebnis liegen. Die Bilder, die bei der Einführung angeboten werden, müssen von den Kindern räumlich-simultan erfasst werden und setzen somit das Verständnis der zuvor passierten zeitlich-sukzessiven Handlung voraus.

Schreibe als Plus- und Malrechnung.

Die Abbildung zeigt drei Beispiele für die Verbindung von wiederholter Addition und Multiplikation. Jedes Beispiel besteht aus einer Illustration, einer Plusrechnung und einer Malrechnung. Die Plusrechnung ist durch eine Gleichung mit drei Summanden dargestellt, die Malrechnung durch eine Gleichung mit einem Faktor 2. Die Beispiele sind: 1. Drei rote Gitarren, 2. Drei Fußballbälle, 3. Drei Gläser mit Kugeln.

Abbildung 4: Wiederholte Addition (Alles Klar! Teil A, S. 75)

Positiv hervorzuheben ist die hergestellte Verbindung zwischen der wiederholten Addition und der Multiplikation. Der Vorteil der kurzen Schreibweise bei der Multiplikation im Vergleich zur langen wiederholten Addition ist jedoch bei den angeführten Beispielen nicht offensichtlich.

Gleich im Anschluss wird auf die Tauschaufgabe eingegangen. Dazu wird das Hundertpunktefeld als Hilfestellung angeboten.

Die Veranschaulichung durch das Hunderterfeld ist hier positiv hervorzuheben. Dieses muss jedoch zuvor von der Lehrperson mit den Kindern gründlich eingeführt worden sein. Auch in diesem Stadium sollte das Ergebnis noch nicht verlangt werden. Das Erkennen der Tauschaufgaben mit Hilfe der Punktefelder sollte vordergründig sein.

Auf den Zusammenhang der Fünfer mit der Zehnerreihe wird erst nach der Erarbeitung der beiden Reihen beiläufig eingegangen.

**8** Was fällt dir auf?

				
$10 = \underline{1} \cdot 10$	$20 = \underline{\quad} \cdot 10$	$30 = \underline{\quad} \cdot 10$	$40 = \underline{\quad} \cdot 10$	$50 = \underline{\quad} \cdot 10$
$10 = \underline{2} \cdot 5$	$20 = \underline{\quad} \cdot 5$	$30 = \underline{\quad} \cdot 5$	$40 = \underline{\quad} \cdot 5$	$50 = \underline{\quad} \cdot 5$

Abbildung 5: Bezug Zehner- und Fünferreihe (Alles Klar! Teil A, S. 81)

Das selbe gilt für den Zusammenhang von der Zweier- mit der Vierer- und Achterreihe.

Eine Buchseite wird sogar als „Zusammenhang zwischen Vierer- und Achterreihe“ betitelt. Der Zusammenhang wird jedoch nur in der Nummer 3 behandelt und ist somit wieder eher nebensächlich.

**3** Welche Zahlen gehören zur 4er- und 8er-Reihe? Erkläre den Zusammenhang.

	$8 = \square \cdot 4$	$16 = \square \cdot 4$	$\square = \square \cdot 4$	$\square = \square \cdot 4$	$\square = \square \cdot 4$
	$8 = \square \cdot 8$	$16 = \square \cdot 8$	$\square = \square \cdot 8$	$\square = \square \cdot 8$	$\square = \square \cdot 8$

Abbildung 6: Bezug Vierer- und Achterreihe (Alles Klar! Teil B, S. 8)

Auch bei den darauffolgenden Übungen wird zu wenig auf den Zusammenhang eingegangen.

Bei den letzten beiden behandelten Malreihen, der Neuner- und Siebenreihe, fehlen Ableitungsstrategien zur Gänze.

Zusammengefasst werden folgende Ableitungsstrategien angeboten:

Wiederholte Addition, Tauschaufgabe, Verdoppeln und Halbieren

Generell lässt sich festhalten, dass die konsequent ganzheitliche Erarbeitung vom Schulbuch „Alles klar!“ nicht unterstützt wird. Die

Reihenfolge der Malreihen wurde zwar sinnvoll gewählt und es wird damit auch eine klare Struktur vorgegeben, Verbindungen zwischen den Malreihen werden jedoch kaum hergestellt. Es scheint vielmehr der traditionelle Weg des Auswendiglernens im Vordergrund zu stehen. Auf sinnvolle Ableitungen wird sehr selten hingewiesen.

## 11.2 Schulbuch 2 - MiniMax

Autoren: Ursula Cermak, Gundula Geiger, Barbara Holub, Iris Persterer  
Verlag: Österreichischer Bundesverlag

### **Aufbau und Struktur**

Beim Schulbuch „MiniMax“ gibt es einen A Teil und einen B Teil.

Die Einführung in das Malrechnen startet in dem Schulbuch MiniMax Teil A mit zeitlich-sukzessiven bildlich dargestellten Handlungen. Diese werden sowohl als wiederholte Addition und als auch als Malaufgabe verschriftlicht.

Gleich auf der nächsten Seite befindet sich ein Bild, auf dem viele Malaufgaben entdeckt werden können.

Es folgen weitere Übungen zur wiederholten Addition in Kombination mit der verkürzten Schreibweise der Multiplikation.

Im nächsten Schritt werden die Malaufgaben mit Hilfe von Punktefeldern dargestellt. Dabei wird nach ein paar Übungen auf die Tauschaufgabe eingegangen.

Gestartet wird auf der nächsten Seite dann mit der Zweierreihe.

Gleich auf der nächsten Seite wird die Viererreihe abgebildet. Der Aufbau ist dabei genau gleich wie bei der Zweierreihe.

Im Anschluss folgen zwei Seiten auf denen sowohl die Zweier- als auch die Viererreihe thematisiert werden. Im Folgenden werden die Divisionen behandelt.

Im B Teil wird als nächstes die Fünferreihe und gleich im Anschluss die Zehnerreihe thematisiert. Der Aufbau ist wieder ident zu dem der Zweier- und Viererreihe.

Es folgen Übungsseiten sowohl zur Fünfer- als auch zur Zehnerreihe. Dabei wird auf die Tauschaufgabe eingegangen. Auch die Division wird wieder aufgegriffen. Außerdem werden kurze Rechengeschichten angeführt.

Im nächsten Kapitel des Buches geht es darum, Königsaufgaben zu nutzen. Als Königsaufgaben werden die Einser-, Zweier-, Fünfer- und Zehnerreihe bezeichnet. Zunächst soll die Tauschaufgabe gebildet werden. In darauffolgenden Aufgaben sollen noch nicht gelernte Malaufgaben über Nachbaraufgaben und durch die Zerlegung eines Faktors ermittelt werden.

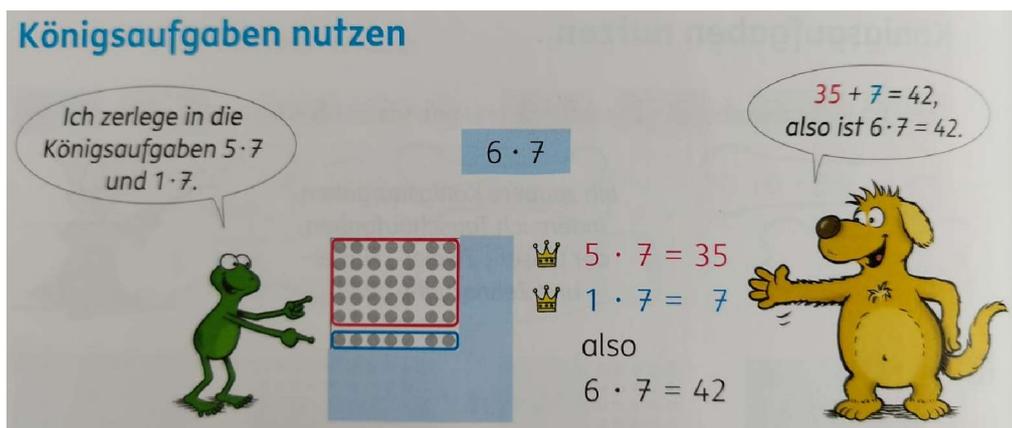


Abbildung 7: Zerlegung einer Malaufgabe (MiniMax, Teil B, S. 34)

Im Anschluss wird die Dreierreihe behandelt. Dabei werden zunächst die Königsaufgaben dargestellt und dann werden die fehlenden Malaufgaben mit Hilfe von Nachbaraufgaben oder Zerlegen eines Faktors ermittelt.

Bei der anschließenden Sechser- und Neunerreihe wird genau gleich vorgegangen.

Es folgen Übungen zur Dreier-, Sechser- und Neunerreihe. Dabei wird auch immer gleich auf die Umkehraufgabe, also auf die Division, eingegangen und vereinzelte Rechengeschichten angeführt.

Im nächsten Schritt wird die Achterreihe behandelt. Der Aufbau ist wieder gleich wie bei der Dreier-, Sechser- und Neunerreihe. Auf den darauffolgenden fünf Seiten werden dann zu der Achterreihe auch die Zweier- und die Viererreihe wieder aufgegriffen. Verbindungen dieser Malreihen werden immer wieder angedeutet.

Zuletzt folgt die Erarbeitung der Siebenerreihe. Der Aufbau ist wieder der gleiche wie bei den zuletzt behandelten Malreihen. Nach verschiedenen Übungen zur Siebenerreihe gibt es ein paar Rechengeschichten zu lösen.

Nun folgt Übungsrechnen für alle Malreihen. Begonnen wird zunächst wieder mit den Königsaufgaben. Bei allen darauffolgenden Aufgaben wird nur noch gelegentlich auf die Nachbaraufgabe verwiesen andere Ableitungshilfen werden nicht mehr genannt.

Hier noch einmal die Reihenfolge der Malreihen:

2er, 4er, 5er, 10er, 3er, 6er, 9er, 8er, 7er

### **Verständliche Erklärungen**

Die Erklärungen sind sehr kurzgehalten und einfach zu verstehen. Viele Aufgaben kommen komplett ohne Text aus. Auch bei den Rechengeschichten wird darauf geachtet, mit so wenig Text wie möglich auszukommen.

### **Visuelle Unterstützung**

Passende Bilder zur jeweiligen Reihe werden angeboten und im Anschluss Punktefelder zur Veranschaulichung dargestellt.

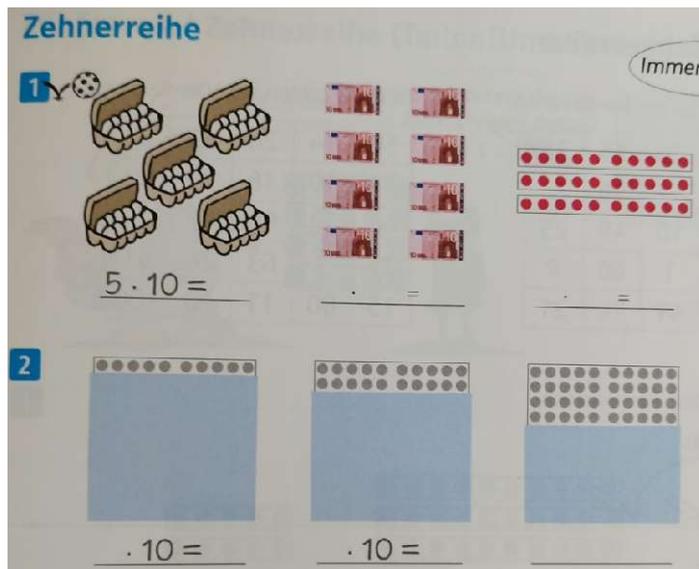


Abbildung 8: Visuelle Unterstützung - Zehnerreihe (MiniMax, Teil B, S. 27)

Auch die Rechengeschichten werden mit einem Bild unterstützt.

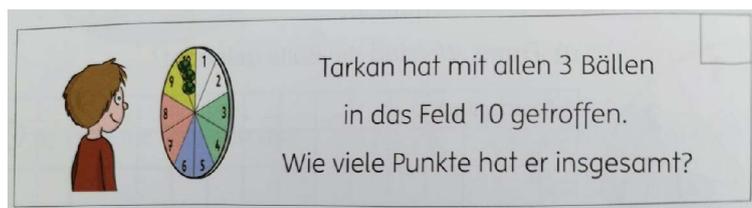


Abbildung 9: Visuelle Unterstützung - Rechengeschichte (MiniMax, Teil B, S. 64)

### Vielfältige Übungen und Aktivitäten

Die meisten der Aufgaben sind im Buch auszurechnen. Gelegentlich gibt es Hinweise, dass eine Aufgabe in einer Mathekonferenz besprochen werden soll oder in Partnerarbeit gelöst werden kann. Auch ein Paar Spielideen werden vorgeschlagen.



Abbildung 10: Spielidee - Malrechnen üben (MiniMax, Teil B, S. 69)

## Praktische Anwendungen

Ein Bezug zur Umwelt des Kindes wird in diesem Buch kaum hergestellt. Bei einer Übung soll ausgerechnet werden wie viele Tage 2, 5, ... Wochen haben. Für die Anwendbarkeit des Einmaleins in der Realität finden sich somit nicht ausreichend Beispiele.

## Differenzierungsmöglichkeiten

Alle Aufgaben sind entweder als einfach, mittel oder schwierig gekennzeichnet.



Abbildung 11: Differenzierung (MiniMax)

## Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz

Positiv hervorzuheben ist, dass zu Beginn der Erarbeitung eine zeitlich-sukzessive Handlungen dargestellt werden und auch auf die wiederholte Addition zurückgegriffen wird. Leider wird gleich am Anfang verlangt, das Ergebnis zu ermitteln, wobei die Rechnung im Fokus stehen sollte.

Positiv zu bewerten ist auch die Erklärung der Tauschaufgabe, bei der Punktefelder als Veranschaulichung dargestellt werden.

Nach der Einführung der Zweier- und der Viererreihe wird leider nur beiläufig auf deren Zusammenhang eingegangen.



Ableitungsstrategien mit Hilfe der Königsaufgaben wird hingewiesen, jedoch finden diese Ableitungen innerhalb einer Reihe statt, deshalb ist dieses Buch als Unterstützung bei der konsequent ganzheitlichen Erarbeitung eher nicht geeignet.

### 11.3 Schulbuch 3 – Flex und Flo

Autoren: Katharina Schweighofer, Daniela Windholz u.a.

Verlag: Westermann

#### **Aufbau und Struktur**

Das Schulbuch „Flex und Flo“ ist vierteilig und hat somit einen eigenen Teil für Multiplizieren und Dividieren.

Zu Beginn sollen Malaufgaben in einem Bild entdeckt werden. Danach sind die Aufgaben räumlich-simultan dargestellt. Hier wird auf die Verbindung der wiederholten Addition und der Malaufgabe eingegangen.

Im nächsten Schritt wird das Hunderterfeld als Hilfestellung bei Malaufgaben thematisiert.

Auf den nächsten beiden Seiten geht es um die Tauschaufgabe. Diese werden mit Hilfe von Punktefeldern, später am Hunderterfeld erarbeitet.

Im Anschluss wird die Zweier-Reihe thematisiert. Es folgen die Fünfer- und die Zehnerreihe. Dann werden zunächst Übungen zu den bereits gelernten Malreihen angeboten.

Als nächste Malreihe wird die Viererreihe behandelt. Danach werden wieder Übungen zu allen bisherigen Malreihen und Rechengeschichten angeführt.

Es folgen die Dreier-Reihe und dann die Sechser-Reihe. Im Anschluss daran gibt es wieder einige Übungen zu diesen Malreihen. Auch alle andere Malaufgaben werden wieder aufgegriffen und auch Rechengeschichten angeführt.

Nun wird die Achterreihe vor der Neunerreihe eingeführt. Nach einigen Übungen, bei denen auch wieder alle zuvor behandelten Malreihen

vorkommen, wird die Siebenerreihe behandelt. Hier wird die Tauschaufgabe angeführt. Es folgen weitere Übungen zu allen Malaufgaben und auch Rechengeschichten dazu.

Zum Schluss wird noch die Einmaleins-Tafel dargestellt.

Hier noch einmal die Reihenfolge der Malreihen:

2er, 5er, 10er, 4er, 3er, 6er, 8er, 9er, 7er

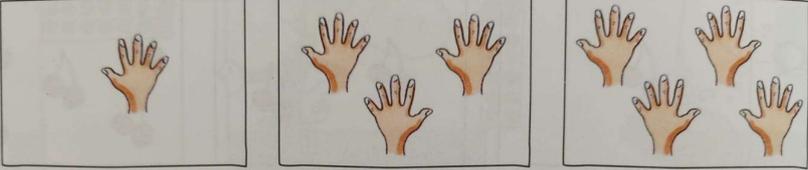
### Verständliche Erklärungen

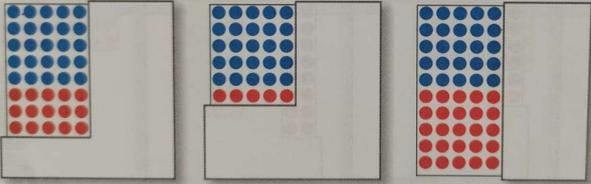
Bei vielen Aufgaben wird gänzlich auf Texte verzichtet. Die vorhandenen Texte werden sehr kurz gehalten und sind leicht verständlich.

### Visuelle Unterstützung

Bei jeder Malreihe werden zunächst passende Bilder gezeigt und im Anschluss das Hundertpunktfeld zur Veranschaulichung dargestellt.

**Das kleine Einmaleins – Fünfer-Reihe** Datum: \_\_\_\_\_

**1**   
 $1 \cdot 5 =$

**2**   
 $8 \cdot 5 =$

Immer mal 5.

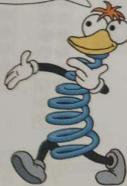


Abbildung 14: Visuelle Unterstützung - Fünferreihe (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren. S. 14)

Einige weitere Übungen werden durch Bilder Unterstützt.

**Rechengeschichten** Datum: \_\_\_\_\_

**1** Entscheide, welche Rechnung passt. Male an. Begründe.

Thomas wirft mit 3 Pfeilen. Er trifft dreimal ins blaue Feld.  
Wie viele Punkte hat er?

R.: \_\_\_\_\_

A.: Er hat \_\_\_\_\_ Punkte.

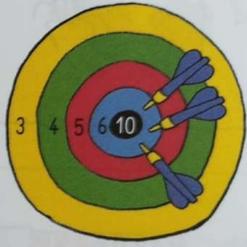


Abbildung 15: Visuelle Unterstützung - Rechengeschichte (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren, S. 29)

### Vielfältige Übungen und Aktivitäten

Bei allen Übungen, bei denen das Hundertpunktefeld angeführt wird, wird vorgeschlagen dieses auch wirklich zur Hand zu nehmen. Manche Aufgaben sollen bzw. müssen in Partnerarbeit durchgeführt werden. Die meisten Übungen können jedoch einfach in Einzelarbeit im Buch gelöst werden.

### Praktische Anwendungen

Der Bezug zur Umwelt des Kindes wird in diesem Buch nur sehr beiläufig hergestellt. So werden zum Beispiel die Kosten von Speisen ausgerechnet. Dieser Bezug wird im Teil „Sachrechnen und Größen“ hergestellt, jedoch sind Malaufgaben darin sehr selten zu finden.

### Differenzierungsmöglichkeiten

Alle Aufgaben werden in einfache, anspruchsvollere und schwierige Aufgaben eingeteilt. Durch entsprechende Symbole werden diese gekennzeichnet.

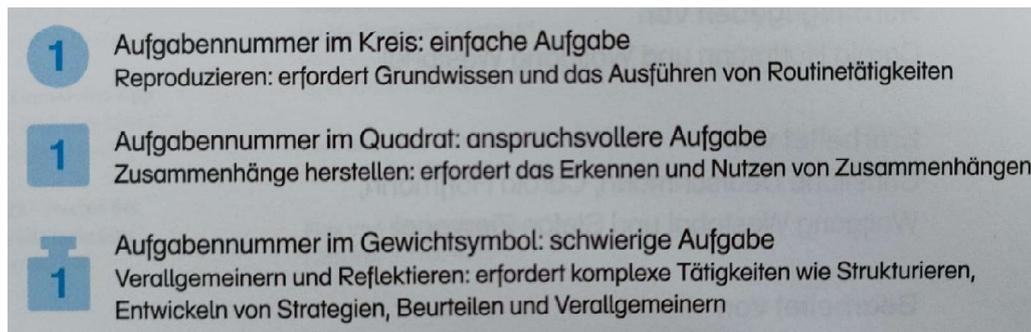


Abbildung 16: Differenzierung (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren, S. 2)

### **Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz**

Die Bilder zu Beginn müssen räumlich-simultan aufgefasst werden und setzen somit das Wissen der davor geschehenen zeitlich-sukzessiven Handlung voraus.

Obwohl bei den meisten Aufgaben das Ergebnis gewünscht wird, steht bei einigen Aufgaben die Rechnung im Fokus.

Positiv ist außerdem der Rückgriff auf die wiederholte Addition und die Darstellung des Hundertpunktefeldes zur Veranschaulichung. Auch zur Erklärung der Tauschaufgabe wird das Hundertpunktefeld verwendet.

Leider wird bei der Erarbeitung der Zweierreihe auf keine Rechenstrategien eingegangen. Auch der Zusammenhang der Fünfer- mit der Zehnerreihe wird nur sehr beiläufig thematisiert. Bei der Erarbeitung der Viererreihe fehlen zunächst wieder Ableitungsstrategien. Lediglich auf den Zusammenhang mit der Zweier-Reihe wird in den darauffolgenden Übungen eher beiläufig eingegangen. Auch bei der Dreier- und Sechserreihe wird erst bei den letzten Übungen auf den Zusammenhang der beiden Reihen eingegangen.

Bei der Erarbeitung der Achter- und Neunerreihe fehlen zunächst jegliche Ableitungshilfen. Nach einigen Übungen wird zumindest für die Neuner-Reihe auf eine Ableitung von der Zehnerreihe hingewiesen (Nachbaraufgabe).

Bei der Siebenerreihe wird lediglich die Tauschaufgabe angeführt, die auch wesentlich für die Erarbeitung dieser Malreihe ist.

Zusammengefasst werden folgende Ableitungsstrategien angeboten:

Wiederholte Addition, Tauschaufgabe, Nachbaraufgabe

Abschließend lässt sich festhalten, dass das Buch Flex und Flo sich nicht sehr gut mit dem ganzheitlichen Ansatz kombinieren lässt. Grundsätzlich wird die Reihenfolge der Malreihen sinnvoll gewählt, jedoch wird dabei auf sehr wenige Ableitungsstrategien eingegangen.

## 11.4 Schulbuch 4 – Das Zahlenbuch

Autoren: Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller

Verlag: Österreichischer Bundesverlag

### **Aufbau und Struktur**

Der Einstieg in das kleine Einmaleins startet in dem Buch „Das Zahlenbuch“ mit einem Bild auf dem viele Malaufgaben zu entdecken sind. Auf der nächsten Seite werden Malaufgaben, die in der Umwelt des Kindes zu entdecken sind, angeführt. Dazu soll die Aufgabe als wiederholte Addition und als Malaufgabe aufgeschrieben werden.

Bei den darauffolgenden Übungen werden die Aufgaben mit Punktefeldern dargestellt.

Gleich auf der nächsten Seite wird bereits auf verschiedenste Rechenstrategien eingegangen. Als erstes wird die Tauschaufgabe thematisiert, darauf folgt die Verdoppelungsaufgabe (2 mal und mal 2), die 10 mal und mal 10 Aufgaben und die 5 mal und mal 5 Aufgaben, die über die Hälfte der 10 mal bzw. mal 10 Aufgaben erklärt werden. Die angeführten Rechnungen sollen jeweils am Hundertpunktfeld dargestellt werden.

In einer weiteren Übung sollen diese Kernaufgaben nun geübt werden. Auf den darauffolgenden Seiten werden weitere Malaufgaben mit Hilfe von den Kernaufgaben abgeleitet.

Als nächstes werden Aufgaben zur Zehner- Fünfer- Zweier- und Einerreihe angeführt. Auffallend ist bei den Aufgaben auch, dass immer eine Begründung für den gewählten Rechenweg verlangt wird.

Bei den nächsten Übungen werden die Dreier-, die Sechser- und die Neunerreihe zusammengefasst. Zuletzt werden die Vierer-, die Achter- und die Siebenerreihe kombiniert.

Im nächsten Schritt folgen Sachprobleme und Rechengeschichten.

Nun werden auch Übungen bei denen Aufgeteilt und Verteilt werden muss angeführt. Es folgen weitere Aufgaben zur Division, wobei immer wieder auf die dazugehörige Malaufgabe referenziert wird.

Nach einigen anderen Übungen wird die Einmaleinstafel aufgegriffen. Es folgen einige Aufgaben dazu. Auch das Hundertpunktfeld kommt wieder in den Einsatz.

Hier noch einmal die Reihenfolge der Malreihen:

10er, 5er, 2er und 1er; 3er, 6er und 9er; 4er, 8er und 7er

### Verständliche Erklärungen

Viele Aufgaben kommen ohne Text aus. Die Texte bei zum Beispiel Rechengeschichten ist leicht zu verstehen.

### Visuelle Unterstützung

Zu Beginn der Erarbeitung und bei der Einführung der Kernaufgaben werden Punktfelder und das Hundertpunktfeld zur Veranschaulichung dargestellt.

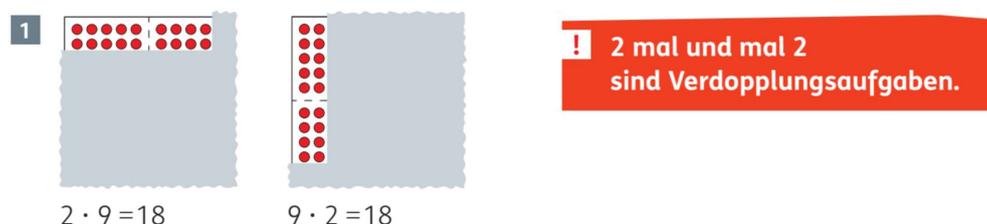


Abbildung 17: Visuelle Unterstützung - Punktfelder (Das Zahlenbuch, S. 71)

Alle weiteren Malreihen werden mit einem Zahlenstrahl veranschaulicht.

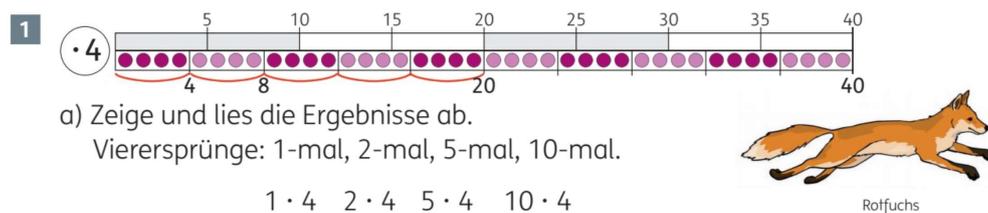


Abbildung 18: Visuelle Unterstützung - Zahlenstrahl (Das Zahlenbuch, S. 78)

Alle weiteren Übungen werden zumeist durch geeignete Bilder unterstützt.

### Vielfältige Übungen und Aktivitäten

Zu Beginn soll viel mit dem Hundertpunktfeld handelnd gearbeitet werden. Die meisten Aufgaben müssen im Heft gelöst werden. Manche Übungen sind gekennzeichnet, um diese zu besprechen. Als weiteres Material wird die Einmaleins-Tafel angeführt.

### Praktische Anwendungen

Bereits bei der Einführung werden Bilder, die die Kinder auch in ihrer Umwelt finden können gezeigt.

Malaufgaben in der Umwelt



Abbildung 19: Bezug zum Alltag (Das Zahlenbuch, S. 68)

Auch nach der Erarbeitung der Malreihen werden Bezüge zum Alltag der Kinder hergestellt indem zum Beispiel Geldbeträge ausgerechnet werden müssen.

### Differenzierungsmöglichkeiten

Es werden keine Differenzierungsmöglichkeiten angezeigt.

**Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz**

Auffallend ist, dass zu Beginn der Erarbeitung noch kein Ergebnis verlangt wird. Der Fokus liegt rein auf dem Erkennen der Malaufgaben. Auch bei den anfänglichen Übungen mit den Punktefelder ist wieder nur die Rechnung und nicht das Ergebnis relevant.

Bereits bei der Einführung der Kernaufgaben werden Ableitungsstrategien angeführt. So wird bei der Zweierreihe verdoppelt und die Fünfer mit der Zehnerreihe verknüpft.

Nach einigen Übungen zu den Kernaufgaben werden weitere Aufgaben von diesen durch sinnvolle Ableitungshilfen abgeleitet. Dabei werden Nachbaraufgaben, Verdoppelungsaufgaben, Zerlegung eines Faktors und Tauschaufgaben berücksichtigt.

Bei sehr vielen Aufgaben wird eine Begründung verlangt.

Immer wieder wird auf die Kernaufgaben hingewiesen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich das Lehrwerk „Das Zahlenbuch“ sehr gut mit der konsequent ganzheitlichen Erarbeitung kombinieren lässt. Die Ableitungsstrategien stehen sehr stark im Vordergrund. Als Hilfestellung bei der Erarbeitung wird immer wieder auf das Hundertpunktfeld verwiesen und das Erklären der Rechenwege ist in diesem Lehrwerk von großer Bedeutung.

## 11.5 Schulbuch 5 – Zahlenreise

Autoren: Gabriele Aichberger, Edith Brunner, Karin Eisschiel, Waltraud Mitis, Florian Moitzi, Susanne Wanitschka

Verlag: Veritas

**Aufbau und Struktur**

Das Schulbuch „Zahlenreise“ besteht aus einem Teil 1 und einem Teil 2. Zuerst wird mit der Erarbeitung Zweierreihe begonnen. Als nächstes wird die Zehnerreihe erarbeitet.

Es folgen einige Rechengeschichten, bei denen es sich zum Teil um Malaufgaben handelt. Dabei sollen Malaufgaben erkannt werden, das Ergebnis ist nicht relevant.

Die Fünferreihe wird als nächstes thematisiert. Anschließend die Einerreihe und danach die Nullerreihe.

In darauffolgenden Übungen wird die Umkehraufgabe also die Division gebildet.

Anschließend wird die Viererreihe erarbeitet. Bevor weitere Malreihen erarbeitet werden folgen Aufgaben zu allen bereits bekannten Malreihen. Auch die Division wird dabei wieder aufgegriffen. Bei nachfolgenden Sachaufgaben sollen wieder die Malaufgaben erkannt werden.

Im Teil 2 geht es weiter mit der Erarbeitung der Dreierreihe und einigen Übungen dazu. Darauf folgen wieder Aufgaben zu allen bereits bekannten Malreihen.

Im Anschluss wird eine Seite den Tauschaufgaben gewidmet.

Bei den Übungen zur Uhrzeit werden auch Malaufgaben eingebunden.

Auf zwei Seiten werden Verdoppelungsaufgaben geübt. Danach werden Halbierungsaufgaben behandelt.

Nun wird die Sechserreihe erarbeitet, danach die Achterreihe. Auch bei diesen beiden Reihen folgen weitere Übungen und auch Divisionen.

Als letztes werden die Neunerreihe und anschließend die Siebenerreihe erarbeitet.

Es folgt eine Seite zu den Strategien zum Einmaleins und danach weitere Übungen zu allen Malreihen.

Bei den Sachproblemen am Ende des Buches kommen immer wieder Malaufgaben vor.

Hier noch einmal die Reihenfolge der Malreihen:

2er, 10er, 5er, 1er, 0er, 4er, 3er, 6er, 9er, 7er

### **Verständliche Erklärungen**

Klare und leicht verständliche Anweisungen.

## Visuelle Unterstützung

Bei jeder Malreihe wird der Zahlenstrahl zur Veranschaulichung dargestellt.

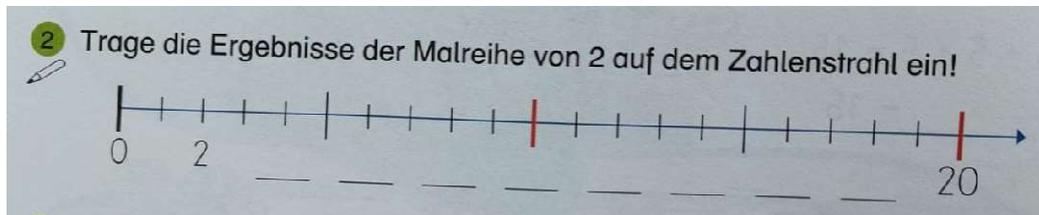


Abbildung 20: Visuelle Unterstützung - Zahlenstrahl (Zahlenreise, Teil 1, S. 20)

Es gibt Aufgabenformate, die immer wieder vorkommen und aufgrund der gleichen Visualisierung sofort erkannt werden. Dies gilt zum Beispiel für die Tausch- und Schlüsselaufgaben:

Abbildung 21: Visuelle Unterstützung - Tauschaufgaben und Schlüsselaufgaben (Zahlenreise, Teil 2, S. 90)

Auch die Verdoppelungsaufgaben und Nachbaraufgaben werden immer gleich dargestellt.

## Vielfältige Übungen und Aktivitäten

Gelegentlich wird darauf hingewiesen, die Übungen mit Material handelnd durchzuführen.

Einige Aufgaben sollen besprochen und verglichen werden.

Hauptsächlich werden die Übungen im Buch ausgerechnet

Auf Aktivitäten wird nicht hingewiesen.

## Praktische Anwendungen

Die praktischen Anwendungen für den Alltag der Kinder ist eher hintergründig. Der Bezug zur Umwelt des Kindes wird bei ein paar

Sachaufgaben hergestellt. Auch bei den Rechnungen mit der Uhr wird ein Bezug hergestellt.

In der 2b-Klasse sitzen immer 2 Kinder nebeneinander.  
Insgesamt gehen \_\_\_\_ Kinder in die Klasse.  
Wie viele Tische sind besetzt?

Abbildung 22: Bezug zum Alltag (Zahlenreise, Teil 2, S. 95)

### Differenzierungsmöglichkeiten

Aufgaben zur Differenzierung kommen in diesem Schulbuch nicht vor.

### Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz

Gleich bei der Erarbeitung der ersten Malreihe, der Zweierreihe, wird auf Ableitungsstrategien hingewiesen, dabei soll auch immer gleich das Ergebnis genannt werden. Zum einen auf die Verdoppelungsaufgaben im Sinne von z.B.  $2 \times 2 = 4 - 4 \times 2 = 8$  zum anderen auf Nachbaraufgaben. Bei der Erarbeitung der Zehnerreihe wird auf die wiederholte Addition zurückgegriffen. Dafür gibt es jedoch nur ein Beispiel.

Bei den anfänglichen Sachaufgaben ist positiv hervorzuheben, dass es lediglich darum geht, die Malaufgabe zu erkennen und nicht das Ergebnis zu ermitteln.

Die Verbindung der Fünfer- mit der Zehnerreihe wird bei der Erarbeitung zunächst nicht berücksichtigt. Erst später im Buch, bei Teilungsaufgaben, wird dieser Zusammenhang thematisiert.

Positiv festzuhalten ist, dass sowohl auf die Einerreihe, als auch auf die Multiplikation mit Null eingegangen wird.

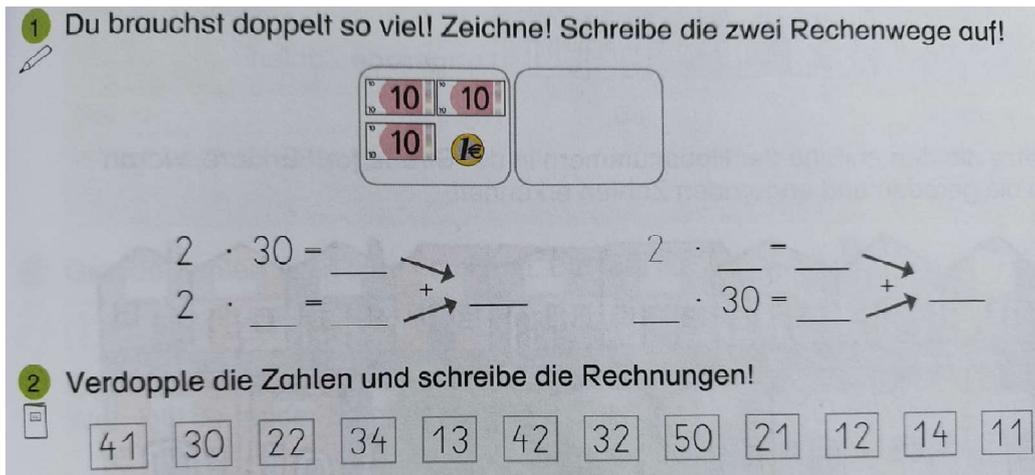
Bei der Erarbeitung der Viererreihe wird zunächst auf die Schlüsselaufgaben ( $\times 1$ ,  $\times 2$ ,  $\times 5$  und  $\times 10$ ) zurückgegriffen und die Tauschaufgabe behandelt. Es folgen Übungen zu Nachbaraufgaben der Viererreihe mit Hilfe der Schlüsselaufgaben. Auch auf Verdoppelungsaufgaben innerhalb der Reihe wird eingegangen, hier wird auch die Zweierreihe noch einmal in einer Übung aufgegriffen.

Die Erarbeitung der Dreierreihe erfolgt auf den gleichen Weg.

Nun wird die Tauschaufgabe mit Hilfe von Punktefeldern genauer erarbeitet.

Auf zwei Seiten werden die Verdoppelungs- und Halbierungsaufgaben näher betrachtet. Dabei werden auch größere Zahlen im Zahlenraum 100 verdoppelt und halbiert.

1 Du brauchst doppelt so viel! Zeichne! Schreibe die zwei Rechenwege auf!



2 Verdopple die Zahlen und schreibe die Rechnungen!

41 30 22 34 13 42 32 50 21 12 14 11

Abbildung 23: Verdoppelungsaufgaben (Zahlenreise, Teil 2, S. 119)

Die Erarbeitung der Sechserreihe erfolgt wie die der Vierer- und Dreierreihe. In einer Übung wird auf die Dreierreihe hingewiesen.

Dasselbe gilt für die Achterreihe. Auch hier wird in einer Aufgabe der Bezug zur Viererreihe hergestellt.

Bei der Einführung der Neunerreihe wird nach ein paar Aufgaben die Ableitungshilfe von der Zehnerreihe dargestellt.

Für die Erarbeitung der Siebenerreihe werden die Tauschaufgaben, die Nachbaraufgaben und die Schlüsselaufgaben thematisiert.

Nachdem alle Malreihen erarbeitet wurden, werden noch einmal alle Ableitungsstrategien auf einer Seite zusammengefasst.

Strategien zum Einmaleins

1 Erkläre!

Tauschaufgabe:  $3 \cdot 6 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $6 \cdot 3 = \underline{\quad}$   
 $5 \cdot 6 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $6 \cdot 5 = \underline{\quad}$

Nachbaraufgabe:  $6 \cdot 7 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $5 \cdot 7 + 7 = \underline{\quad}$   
 $9 \cdot 8 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $10 \cdot 8 - 8 = \underline{\quad}$

Wichtige  
 Malaufgaben  
 einer Reihe sind

$1 \cdot \underline{\quad}$	$7 \cdot 8 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$5 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = \underline{\quad}$
$2 \cdot \underline{\quad}$	$9 \cdot 4 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$10 \cdot 4 - 1 \cdot 4 = \underline{\quad}$
$5 \cdot \underline{\quad}$	$8 \cdot 6 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$10 \cdot 6 - 2 \cdot 6 = \underline{\quad}$
$10 \cdot \underline{\quad}$	$6 \cdot 6 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$5 \cdot 6 + 1 \cdot 6 = \underline{\quad}$
	$4 \cdot 7 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$5 \cdot 7 - 1 \cdot 7 = \underline{\quad}$
	$3 \cdot 9 = \underline{\quad}$	$\longleftrightarrow$	$2 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = \underline{\quad}$

... das Doppelte von ...  $5 \cdot 9 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $10 \cdot 9 = \underline{\quad}$   
 $4 \cdot 8 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $8 \cdot 8 = \underline{\quad}$

... die Hälfte von ...  $8 \cdot 7 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $4 \cdot 7 = \underline{\quad}$   
 $6 \cdot 9 = \underline{\quad}$   $\longleftrightarrow$   $3 \cdot 9 = \underline{\quad}$

Abbildung 24: Ableitungsstrategien (Zahlenreise, Teil 2, S. 144)

Zusammengefasst kann festgehalten werden, dass auf viele Ableitungsstrategien hingewiesen wird. Dennoch erfolgen, bis auf wenige Ausnahmen, die meisten Ableitungen innerhalb einer Reihe. Somit sind viele wesentliche Inhalte für eine ganzheitliche Erarbeitung gegeben, für einen konsequent ganzheitlichen Erarbeitungsvorgang ist das Schulbuch „Zahlenreise“ dennoch eher ungeeignet.

## 11.6 Vergleich der ausgewählten Schulbücher

Die zuvor beschriebenen Schulbücher werden nun im Folgenden miteinander verglichen.

### **Aufbau und Struktur**

Bei allen Schulbüchern, ausgenommen dem Lehrwerk „Zahlenreise“ wird mit einer Einführung in das Malnehmen begonnen. Dazu wird zunächst ein Bild gezeigt (ausgenommen: „Zahlenreise“), auf dem Malaufgaben zu finden sind und es wird auf die wiederholte Addition zurückgegriffen.

Im Zuge der Einführung werden nur beim Schulbuch „MiniMax“ zeitlich sukzessive Handlungsdarstellungen angeführt, bei „Alles Klar!“, „Flex und Flo“ und „Das Zahlenbuch“ werden gleich Bilder gezeigt, die von den Kindern räumlich-simultan aufgefasst werden müssen.

Noch bevor mit der Erarbeitung einer Malreihe begonnen wird, wird in allen Schulbüchern, wieder ausgenommen dem Lehrwerk „Zahlenreise“ auf die Tauschaufgaben in Kombination mit Punktefeldern und dem Hundertpunktefeld eingegangen.

Anschließend wird in allen Büchern mit der Erarbeitung einer Malreihe begonnen.

Hier noch einmal im Vergleich die Reihenfolge der Einführung der Malreihen:

Alles Klar!:

10er; 5er; 2er; 4er; 8er; 3er; 6er; 9er; 7er

MiniMax

2er; 4er; 5er; 10er; 3er; 6er; 9er; 8er; 7er

Flex und Flo

2er; 5er; 10er; 4er; 3er; 6er; 8er; 9er; 7er

Das Zahlenbuch

10er, 5er, 2er und 1er; 3er, 6er und 9er; 4er, 8er und 7er

Zahlenreise

2er; 10er; 5er; 1er; 0er; 4er; 3er; 6er; 9er; 7er

Vergleicht man die Erarbeitungsreihenfolge der Schulbücher, kann beobachtet werden, dass in allen Büchern, mit Ausnahme vom Lehrwerk „MiniMax“, die Zehner-, die Fünfer- und die Zweierreihe zuerst erarbeitet werden.

Bei allen Büchern folgt nach der Dreier- die Sechserreihe und danach entweder die Achter- oder die Neunerreihe. Die letzte Malreihe ist in allen Schulbüchern ohne Ausnahme die Siebenerreihe.

### **Verständliche Erklärungen**

In allen Büchern wird auf kurze und klare Anweisungen geachtet. Viele Aufgaben kommen ohne Text aus. Verständliche Erklärungen sind somit in allen Schulbüchern gegeben.

### **Visuelle Unterstützung**

Die Schulbücher „Alles Klar!“, „MiniMax“ und „Flex und Flo“ sind bezüglich der visuellen Unterstützung sehr ähnlich. Bei allen drei werden passende Bilder bei jeder Malreihe gezeigt und es wird mit Punktefelder veranschaulicht, auch die Rechengeschichten werden mit Bildern unterstützt.

Bei den Lehrwerken „Das Zahlenbuch“ und „Zahlenreise“ wird bei jeder Malreihe der Zahlenstrahl als Veranschaulichung dargestellt.

### **Vielfältige Übungen und Aktivitäten**

Bei allen Büchern, außer beim Lehrwerk „Das Zahlenbuch“, werden die Aufgaben hauptsächlich im Buch gelöst. Im Schulbuch „Das Zahlenbuch“ müssen die Aufgaben zumeist im Heft gelöst werden.

In den Büchern „Alles Klar!“, „MiniMax“ und „Flex und Flo“ sind Übungen mit einem Symbol gekennzeichnet, die in Partnerarbeit erledigt werden können. Bei den Lehrwerken „Das Zahlenbuch“ und „Zahlenreise“ gibt es diese Vermerkungen nicht. Jedoch werden wie in allen anderen Büchern

auch, Übungen, die besprochen und verglichen werden sollen gekennzeichnet.

Spielideen findet man nur in den Schulbüchern „Alles Klar!“ und „MiniMax“.

Im Buch „Das Zahlenbuch“ sollen viele Übung mit Hilfe des Hundertpunktefeldes handelnd durchgeführt werden. Auch in den Lehrwerken „Alles Klar!“, „MiniMax“ und „Flex und Flo“ wird gelegentlich darauf hingewiesen, das Hundertpunktefeld zur Hand zu nehmen.

### **Praktische Anwendungen**

Der Bezug zur Umwelt des Kindes wird in allen Büchern durch Bilder hergestellt, auf denen den Kindern bekannte Dinge wie Obst zu sehen sind. Die Anwendbarkeit wird in allen Büchern gelegentlich bei Sachaufgaben ersichtlich, bei denen zum Beispiel Geldbeträge ausgerechnet werden oder mit Uhrzeiten gerechnet wird. Im Buch „Das Zahlenbuch“ wird auf diese Aufgaben am besten eingegangen.

### **Differenzierungsmöglichkeiten**

In den Schulbüchern „MiniMax“ und „Flex und Flo“ werden alle Aufgaben in 3 Schwierigkeitsstufen eingeteilt. Im Lehrwerk „Alles Klar!“ werden schwierige Aufgaben mit einer Glühbirne gekennzeichnet. In den Büchern „Das Zahlenbuch und „Zahlenreise“ werden keine Differenzierungsmöglichkeiten dargestellt.

### **Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz**

In allen Büchern wird bei der Einführung auf die wiederholte Addition zurückgegriffen und auch die Tauschaufgabe wird in allen Lehrwerken außer „Zahlenreise“ in Verbindung mit dem Hundertpunktefeld noch vor der Einführung der ersten Malaufgabe thematisiert.

Bei allen Büchern wird von Anfang an ein Ergebnis verlangt, außer im Buch „Das Zahlenbuch“ wird der Fokus zunächst nur auf die Rechnung gelegt.

Vereinzelte Ableitungsstrategien finden sich in allen Schulbüchern. Am wenigsten wird auf diese im Lehrwerk „Alles Klar!“ eingegangen. In den Büchern „MiniMax“ und „Flex und Flo“ wird schon ein wenig mehr auf die Ableitungsstrategien eingegangen, jedoch auch eher beiläufig und zu- meist erst nach der Erarbeitung der einzelnen Malreihen. In den Büchern „Das Zahlenbuch“ und „Zahlenreise“ werden sehr viele Ableitungshilfen angeführt, der Unterschied dieser beiden Bücher liegt jedoch darin, dass im Buch „Zahlenreise“ die Ableitungen hauptsächlich innerhalb einer Reihe passieren und im Buch „Das Zahlenbuch“ Vernetzungen über alle Malreihen hinweg stattfinden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass das Lehrwerk „Das Zahlenbuch“ nach dem konsequent ganzheitlichen Ansatz vorgeht. Bei allen anderen Büchern wird das Einmaleins Reihe für Reihe erarbeitet. Diese eignen sich somit eher für die Erarbeitung mit Ableitungen innerhalb einer Reihe.

## 12. Diskussion und Ausblick

In diesem Kapitel werden die Erkenntnisse aus der empirischen Forschung mit der theoretischen Ausarbeitung verglichen. Außerdem werden Implikationen für die Praxis dargestellt und Leistungen und Limitationen der Studie erläutert. Zuletzt werden noch offene Fragen aufgegriffen die Möglichkeiten zur weiterführenden Forschung aufweisen.

Diese Masterarbeit sollte einen Einblick verschaffen, wie die Erarbeitung des kleinen Einmaleins in niederösterreichischen Volksschulen stattfindet und welche Schulbücher sich dafür anbieten. Dazu fanden bereits diverse Forschungen statt aus denen hervorging, dass der ganzheitliche Ansatz bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins sinnvoll ist. Da sich diese Arbeit auf den Raum Niederösterreich beschränkt und in Verbindung mit einer Schulbuchanalyse gebracht wird, hebt sie sich von vorherigen Forschungen ab. Die Forschungsfragen dieser Arbeit lauteten somit:

1. Inwiefern unterstützen Lehrkräfte aus niederösterreichischen Volksschulen Schülerinnen und Schüler beim Verständnis des kleinen Einmaleins?
2. Inwieweit werden Lehrkräfte durch Schulbücher bei der ganzheitlichen Erarbeitung des kleinen Einmaleins unterstützt?

Auf diese Fragen wird nun im Folgenden eingegangen. Dazu werden die Aussagen der Lehrkräfte mit der Schulbuchanalyse und mit Teilen aus der theoretischen Ausarbeitung verglichen:

Obwohl der traditionelle Ansatz bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins eigentlich in den Hintergrund rücken sollte, ist aus den Interviews hervorgegangen, dass Auswendiglernen an den Schulen in Niederösterreich noch gang und gäbe ist. Es hat sich bestätigt, dass fast alle befragten Lehrpersonen in der eigenen Grundschulzeit einfach nur das kleine Einmaleins auswendig gelernt haben. Zwar forciert heute niemand der

Teilnehmerinnen und Teilnehmer nur den traditionellen Ansatz, das Auswendiglernen ist aber in allen Klassen noch präsent. Sogar die eine Lehrkraft, die angab den konsequent ganzheitlichen Ansatz bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins zu verfolgen, meinte, dass es sich nicht verhindern lässt, dass manche Kinder das kleine Einmaleins auswendig lernen. Auch bei der Schulbuchanalyse stellte sich heraus, dass viele Bücher zum Auswendiglernen verleiten, da zu wenig Ableitungsstrategien darin enthalten sind. Bei der Wahl des Buches müssen sich Lehrerinnen und Lehrer darüber bewusst sein und gegebenenfalls ausreichend Zusatzmaterial zur Verfügung stellen. Dies ist natürlich mit zusätzlichem Aufwand verbunden. Ein Schulbuch ohne ausreichend Ableitungsstrategien könnte somit unter anderem ein Grund sein, warum der traditionelle Ansatz noch in Schulen gelehrt wird.

Das Ableiten innerhalb einer Reihe ist bei den niederösterreichischen Lehrkräften laut Interviewbefragung die beliebteste Art der Erarbeitung. Auch in der Theorie werden viele Vorteile dieser Erarbeitungsmöglichkeit genannt, da es sich um ein sehr strukturiertes und übersichtliches Vorgehen handelt bei dem die Kinder zudem über Zusammenhänge zwischen den Malaufgaben lernen und somit ein Verständnis für das Malnehmen entstehen kann. Bei der Schulbuchanalyse deuteten viele der Lehrwerke auf eine derartige Erarbeitung hin. Die meisten Bücher, die in dieser Arbeit analysiert wurden, weisen eine sinnvolle Reihenfolge bei der Erarbeitung der Malreihen auf. Leider stehen zumeist die Ableitungsstrategien zu wenig im Vordergrund. Je nach Schulbuch liegt die Verantwortung, den Kindern die Zusammenhänge der Malreihen verständlich zu machen, mehr oder weniger bei den Lehrerinnen und Lehrern.

Nur eine der befragten Lehrpersonen hat angegeben, das kleinen Einmaleins mit dem konsequent ganzheitlichen Ansatz zu erarbeiten. Das von ihr verwendete Schulbuch „Das Zahlenbuch“ wurde im Zuge der Forschung analysiert und die Ergebnisse bestätigten den konsequent

ganzheitlichen Vorgang. Obwohl dieser Erarbeitungsweg laut Literatur für das Verständnis der Kinder einen großen Vorteil bringen würde, wird er kaum in niederösterreichischen Schulen angewendet. Grund dafür, wie weiter oben bereits erwähnt, könnten die Schulbücher sein, die laut der Schulbuchanalyse zu wenig auf Vernetzungen über alle Malreihen hinweg eingehen. So weist keines der analysierten Bücher, ausgenommen von dem Lehrwerk „Das Zahlenbuch“, auf den konsequent ganzheitlichen Weg der Erarbeitung hin.

Die Lehrkraft spielt eine bedeutende Rolle bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins. Verfügt die Lehrerin oder der Lehrer über zu wenig fachliche Kompetenz, so muss sie oder er sich zu sehr an Schulbücher oder Arbeitsblätter halten. Das ist den Lehrpersonen aus Niederösterreich laut Interviewbefragung sehr wohl bewusst. Mehrere Befragte machten deutlich, dass die Lehrkräfte dafür sorgen müssen, den Kindern den Malbegriff verständlich zu machen. Dabei ist der Einsatz von geeignetem Anschauungsmaterial erforderlich. Dazu waren sich alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Befragung einig. Schulbücher können diesen Part nur durch Hinweise auf geeignetes Material übernehmen. Als eine weitere wichtige Rolle der Lehrkraft haben einige befragte Lehrpersonen genannt, den Schülerinnen und Schülern verschiedenste Zugänge anzubieten, damit jedes Kind auf individuellem Weg lernen kann. Diese Aussage kann durch die Schulbuchanalyse bestärkt werden, da in vielen Lehrwerken zu wenig auf unterschiedliche Möglichkeiten bei der Erarbeitung eingegangen wird. Die Erarbeitung des kleinen Einmaleins muss also gut von der Lehrperson geleitet werden wohingegen laut einigen Befragten die Übungsphase mithilfe des Buches und vor allem auch mit Unterstützung der Eltern stattfinden kann oder sogar muss. Dass das kleine Einmaleins automatisiert werden muss, damit es zu jeder Zeit abgerufen werden kann, ist vor allem für weitere Rechenschritte in der Mathematik notwendig. Deshalb geht kein Weg am regelmäßigen Trainieren der Malreihen vorbei. Das sagt zum einen die Theorie und auch die befragten

Lehrerinnen und Lehrer sind sich darüber einig. Laut der Ergebnisse der Interviewstudie reicht die Zeit für diese Übungsphasen in der Schule nicht aus, deshalb muss dafür auch zuhause Zeit investiert werden.

In der Theorie wird erklärt, dass der ganzheitliche Ansatz für alle Kinder bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins sinnvoll ist, also auch für rechenschwache Schülerinnen und Schüler. Bei der Interviewbefragung waren die Meinungen dazu jedoch unterschiedlich. Obwohl die Mehrheit es als sinnvoll erachtet, diesen Ansatz anzubieten, sind dennoch alle der befragten Lehrpersonen der Meinung, dass es immer Kinder geben wird, die diesen Ansatz nicht verstehen und somit das kleine Einmaleins auswendig lernen. Gründe dafür könnte sein, dass manchen Kindern zu wenig Zeit in der Schule gegeben wird, um ein Verständnis aufbauen zu können. Damit alle Kinder individuell gefördert werden können, fehle laut niederösterreichischen Lehrerinnen und Lehrern die nötigen Ressourcen. Zum einen fehlt also nicht nur die Zeit, sondern auch das Personal, um individuell auf jedes einzelne Kind eingehen zu können.

Das Lehrwerk, das in dieser Studie am häufigsten verwendet wird ist das Schulbuch „Alles Klar!. Zwei Lehrpersonen verwenden das Buch „Mini-Max“. Alle anderen Lehrwerke (Zahlenreise, Das Zahlenbuch und Flex und Flo) werden nur von jeweils einer Lehrkraft verwendet. Da die befragten Lehrerinnen und Lehrer aus zehn verschiedenen Schulen Niederösterreichs stammen, wäre es möglich, dass das Buch „Alles Klar!“ im Raum Niederösterreich gerne verwendet wird, es kann aber aufgrund der geringen Stichprobenanzahl auch reiner Zufall sein. Die Zufriedenheit mit den Büchern war sehr unterschiedlich. Im Großen und Ganzen kann festgehalten werden, dass es nicht das eine richtige Buch für alle Lehrerinnen und Lehrer gibt. Es kommt stark darauf an, auf welche Weise die Lehrperson unterrichten möchte. Hervorgegangen ist jedoch sowohl aus den Befragungen als auch aus der Schulbuchanalyse, dass sich der konsequent ganzheitliche Zugang nur mit dem Lehrwerk „Das

Zahlenbuch“ kombinieren lässt. Bei allen anderen liegt der Fokus eher beim Ableiten innerhalb einer Reihe und teilweise sogar, aufgrund zu wenig enthaltener Ableitungsstrategien, beim traditionellen Ansatz des Auswendiglernens. Grundlage für diese Aussage bilden natürlich nur die in dieser Arbeit analysierten Schulbücher.

Materialien sind bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins von allen befragten Lehrerinnen und Lehrern im Einsatz. Hauptsächlich werden diese verwendet, um den Kindern den Malbegriff zu erläutern. Des Weiteren dienen die Utensilien der Veranschaulichung. Die Materialien ermöglichen den Schülerinnen und Schülern auf handelnder Ebene zu lernen, das scheint niederösterreichischen Lehrkräften sehr wichtig zu sein. Welche Utensilien dabei in den Einsatz kommen ist unter anderem abhängig davon, was in der Schule vorhanden ist. Häufig verwenden Lehrpersonen jene Materialien, auf die in den Schulbüchern verwiesen wird.

Um noch einmal konkret auf die Forschungsfragen einzugehen, kann also zusammenfassend festgehalten werden, dass Lehrerinnen und Lehrer aus niederösterreichischen Volksschulen ihre Schülerinnen und Schüler zwar unterstützen wollen das kleine Einmaleins nicht nur auswendig zu lernen, sondern auch zu verstehen, dennoch gelingt dies in der Praxis aus genannten Gründen nicht immer. Viele Schulbücher weisen zudem zu wenig auf Ableitungsstrategien hin. Bei der Auswahl des Schulbuches muss also darauf geachtet werden, auf welche Art man als Lehrperson das kleine Einmaleins im eigenen Unterricht erarbeiten möchte und wie viel Unterstützung man sich von dem Lehrwerk dazu erwartet.

### **Leistungen und Limitationen der Studie**

Die hier vorliegende empirische Forschung gibt einen Einblick in die Erarbeitungsweisen des kleinen Einmaleins von Lehrerinnen und Lehrern

aus niederösterreichischen Volksschulen. Verschiedene Lehrwerke wurden auf die Kombinierbarkeit mit dem konsequent ganzheitlichen Erarbeitungsansatz untersucht. Es wurde herausgefunden, dass Lehrkräfte aus Niederösterreich bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins hauptsächlich auf das Ableiten innerhalb einer Reihe setzen. Die von ihnen eingesetzten Schulbücher unterstützen sie bei diesem Weg der Erarbeitung. Bei der Auswahl der Interviewpartnerinnen und Interviewpartner wurde zwar darauf geachtet, dass diese möglichst unterschiedlich lange im Schuldienst aktiv sind und alle in einer anderen Schule unterrichten, dennoch ist die Stichprobenanzahl von zehn Lehrerinnen und Lehrern nicht sehr groß. Dies muss bei der Betrachtung der Ergebnisse berücksichtigt werden. Die ausgewählten Lehrwerke für die Schulbuchanalyse richteten sich nach der Angabe der befragten Lehrpersonen zu ihrem zuletzt verwendeten Buch und bilden somit nur einen kleinen Auszug aus sehr vielen Schulbüchern, die in Österreich erhältlich sind.

### **Ausblick**

Interessant wäre im Zuge einer quantitativen Forschung herauszufinden, wie viele niederösterreichische Lehrkräfte den konsequent ganzheitlichen Ansatz bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins verfolgen. Außerdem könnte die Forschung auf ganz Österreich ausgedehnt werden. Zusätzlich könnte auch die Schulbuchanalyse erweitert werden, um zu eruieren, welche Bücher sich noch gut für die Kombination mit dem konsequent ganzheitlichen Vorgang anbieten.

## Conclusio

Abschließend kann festgehalten werden, dass es für niederösterreichische Lehrkräfte auf jeden Fall von Bedeutung ist, dass Schülerinnen und Schülern ein Verständnis für das kleine Einmaleins aufbauen. Fast alle der Lehrerinnen und Lehrer, die im Zuge dieser Forschung befragt wurden, haben in ihrer eigenen Schulzeit das Einmaleins einfach nur auswendig gelernt. Diesen rein traditionellen Weg forciert heute von ihnen niemand mehr. Verschiedene Materialien für das handelnde Lernen und diverse Ableitungsstrategien werden für die Erarbeitung des kleinen Einmaleins eingesetzt.

Die Lehrperson spielt in erster Linie bei der Erarbeitung eine bedeutende Rolle. Für das Trainieren der Malreihen wird das Schulbuch herangezogen und auch die Unterstützung der Eltern ist dabei notwendig.

Das Ableiten innerhalb einer Malreihe wird am häufigsten bei der Erarbeitung verwendet. Auch von verschiedensten Schulbüchern wird diese strukturierte Vorgehensweise unterstützt. Entscheidet man sich als Lehrperson dafür, den konsequent ganzheitlichen Weg der Erarbeitung des kleinen Einmaleins zu wählen, ist es notwendig, die Schulbücher genauer unter die Lupe zu nehmen. Nicht alle Lehrwerke eignen sich als Kombination zu diesem Erarbeitungsansatz.

Obwohl Ableitungsstrategien im Unterricht behandelt werden, wird dennoch weitgehend die Meinung vertreten, dass es immer Kinder geben wird, die das kleine Einmaleins auswendig lernen.

Egal ob Lehrkräfte den Erarbeitungsweg des kleinen Einmaleins über das Ableiten innerhalb einer Reihe oder über den konsequent ganzheitlichen Ansatz wählen, entscheidend ist, dass sie sich über die Vorgehensweise, die das Schulbuch aufweist, bewusst sind, um dementsprechend zusätzliche Hilfestellungen anbieten zu können.

Diese Arbeit betont die Wichtigkeit des ganzheitlichen Ansatzes für das Lehren des kleinen Einmaleins, zeigt jedoch auf, dass Umsetzungshindernisse in der Praxis bestehen.

## Analysierte Schulbücher:

Grosser, N. & Koth, M. (2021). *Alles klar! 2 Mathematik für aufgeweckte Schulkinder*.  
Linz: Veritas Verlags- und Handelsgesellschaft m.b.H. & Co OG.

Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2016). *Das Zahlenbuch 2, Schülerbuch*. Wien:  
Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.

Schweighofer, K., Windholz, D., Hoffmann, C., Westphal, W., Deutschmann, C.,  
Ziervogel, S., Bauersfeld, H. & Rickmeyer, K. (2019). *Flex und Flo 2*.  
*Multiplizieren und Dividieren*. Wien: Verlag Jugend & Volk GmbH.

Holub, B., Cermak, U., Geiger, G. & Persterer, I. (2021). *MiniMax 2, Schülerbuch*. Linz:  
Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.

Aichberger, G., Brunner, E., Eisschiel, K., Mitis, W., Moitzi, F. & Wanitschka, S. (2017).  
*Zahlenreise 2. Erarbeitungsteil*. Linz: Veritas Verlags- und Handelsgesellschaft  
m.b.H. & Co OG.

## Literaturverzeichnis

- Baireuther, P. (1999). *Mathematikunterricht in den Klassen 1 und 2*. Donauwörth: Auer Verlag GmbH.
- Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2023). *Lehrplan NEU für Mathematik (Volksschule)*. Von Verfügbar unter: <https://www.paedagogikpaket.at/massnahmen/lehrplaene-neu/materialien-zu-den-unterrichtsgegenst%C3%A4nden.html>
- Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2003). *Volksschul-Lehrplan. Mathematik*. Von Verfügbar unter: [https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp\\_vs.html](https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_vs.html)
- Döring, N., & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften*. (5. Aufl.). Berlin: Springer.
- Dresing, T., & Pehl, T. (2015). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse. Anleitungen und Regelsysteme für qualitativ Forschende*. Von (6. Aufl.). Verfügbar unter: <https://d-nb.info/1077320221/34>
- Engler, I. (2022). Erarbeitung des kleinen Einmaleins in der zweiten Schulstufe - von fachdidaktischen Empfehlungen zur Umsetzung in Schulbüchern. *Forschungszeitung*(13), S. 74-76. Von Verfügbar unter: [https://www.ph-kaernten.ac.at/fileadmin/media/forschung/Forschungszeitung/Forschungszeitung202122\\_final\\_online.pdf#page=82](https://www.ph-kaernten.ac.at/fileadmin/media/forschung/Forschungszeitung/Forschungszeitung202122_final_online.pdf#page=82)
- Fresemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern. Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

- Gaidoschik, M. (2006). *Rechenschwäche - Diskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern*. Horneburg: Persen Verlag GmbH.
- Gaidoschik, M. (2014). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten*. Seelze: Friedrich Verlag GmbH.
- Gasteiger, H., & Koehler, K. (2016). *Strategieverwendung bei Aufgaben zum kleinen Einmaleins - Ergebnisse einer Interviewstudie*. doi:<http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-17462>
- Gasteiger, H., & Paluka-Graham, S. (2013). *Strategieverwendung bei Einmaleinsaufgaben - Ergebnisse einer explorativen Interviewstudie*. München: Ludwig-Maximilians-Universität, Mathematisches Institut, Lehrstuhl für Mathematikdidaktik.
- Granzer, D., Heuvel-Panhuizen, M., Köller, O., & Walther, G. (2011). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. (5. Aufl.). Berlin: Cornelsen. Von Verfügbar unter: <https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/3775/3.pdf>
- Graumann, G. (2002). *Mathematikunterricht in der Grundschule*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Greiler-Zauchner, M. (2016). Helfen Kindern die Ableitungsstrategien des kleinen Einmaleins, wenn es um das große Einmaleins geht? In Institut für Mathematik und Informatik (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*. Münster: WTM-Verlag.
- Greiler-Zauchner, M. (2018). *Mit Verdoppeln, Halbieren und Zerlegen vom kleinen zum großen Einmaleins. Wie Kinder Ableitungsstrategien aus dem kleinen Einmaleins für das große Einmaleins nutzen*. (C. Fridrich, G. Mayer-Frühwirth, R. Potzmann, W. Greller, & R. Petz, Hrsg.) Münster und Wien: LIT.

- Häsel-Weide, U., & Nührenbörger, M. (2013). Kritische Stellen in der mathematischen Lernentwicklung. *Grundschule aktuell: Zeitschrift des Grundschulverbandes*, 122, S. 8-11.  
doi:<https://doi.org/10.25656/01:17664>
- Helmke, A. (Juni 2007). Lernprozesse anregen und steuern - Was wissen wir über Klarheit und Strukturiertheit? *PÄDAGOGIK*. Von Verfügbar unter:  
[https://www.gr.ch/DE/institutionen/verwaltung/ekud/avs/Dokumente/Inspektorat/Le\\_Klarheit\\_Strukturiertheit\\_Helmke\\_2007\\_de.pdf](https://www.gr.ch/DE/institutionen/verwaltung/ekud/avs/Dokumente/Inspektorat/Le_Klarheit_Strukturiertheit_Helmke_2007_de.pdf)
- Heß, B., & Nührenbörger, M. (2017). *Produktives Fördern im inklusiven Mathematikunterricht*. In: Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M. (Hrsg.): *Gemeinsam Mathematik lernen - mit allen Kindern rechnen*. Frankfurt am Main: Grundschulverband - Arbeitskreis Grundschule e.V. doi:<https://doi.org/10.25656/01:17706>
- Hojdeger, R., & Faust, M. (2004). *Homunculus-Pflegetherapie*. Wien: Springer-Verlag.
- Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen*. (2009). *Von Bildungsstandards für Mathematik*. 4. Schulstufe:  
[https://www.iqs.gv.at/\\_Resources/Persistent/6e871f1d6cfaedc0c3bc7806900fea7fd98aaca3/Deskriptoren\\_BiSt\\_M4.pdf](https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/6e871f1d6cfaedc0c3bc7806900fea7fd98aaca3/Deskriptoren_BiSt_M4.pdf)
- Johann, M. (2004). *Rechnen mit Kopf und Händen. Ein Beitrag zum Aufbau des "1+1" und "1x1"*. Von Verfügbar unter:  
[http://www.schulabakus.de/1+1\\_1x1/1+1\\_1x1.pdf](http://www.schulabakus.de/1+1_1x1/1+1_1x1.pdf)
- Keil, M. (2010). *Mit Rechenstrategien zum Einmaleins. Arbeitsblätter zum operativen Üben*. Buxtehude: Persen Verlag GmbH.
- Krauthausen, G. (2017). *Einführung in die Mathematikdidaktik - Grundschule*. (4. Aufl.). Berlin: Springer Spektrum.

- Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel*. Wiesbaden: Springer.
- Lehrplan der Volksschule. BGBl. Nr. 134/1963 in der Fassung BGBl. II Nr. 261/2015 vom 1. Jänner 2018.
- Lorenz, J., & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel.
- Mayring, P. (1994). *Qualitative Inhaltsanalyse*. (A. Boehm, A. Mengel, & T. Muhr, Hrsg.) Konstanz: UVK Univ.-Verl. Von Verfügbar unter: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-14565>
- Mayring, P. (2019). Qualitative Inhaltsanalyse - Abgrenzungen, Spielarten, Weiterentwicklungen. *Qualitative Sozialforschung Vol. 20, No. 3, Art. 16*. Von Verfügbar unter: <https://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/3343/4445>
- Padberg, F., & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I+II*. (4. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Scherer, P., & Moser Opitz, E. (2012). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Mathematik Primar- und Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Schreier, M. (2020). Fallauswahl. In G. Mey, & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie*. (Designs und Verfahren, Bd. 2, 2. Aufl., S. 19-39). Wiesbaden: Springer.
- Sigl, K., & Gasteiger, H. (2012). *Unterrichtliche Vorgehensweisen bei der Behandlung des kleinen Einmaleins*. In M. Ludwig, & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 809-812). Münster: WTM Verlag.

Zimmer, R. (2012). *Handbuch Sinneswahrnehmung. Grundlagen einer ganzheitlichen Bildung und Erziehung*. Freiburg: Verlag Herder GmbH.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Visuelle Unterstützung – Zweierreihe (Alles Klar! Teil A, S. 82).....	73
Abbildung 2: Visuelle Unterstützung – Sachaufgabe (Alles Klar! Teil B, S. 44) .....	73
Abbildung 3: Bezug zum Alltag – Sachaufgabe (Alles Klar! Teil B, S. 76) .....	74
Abbildung 4: Wiederholte Addition (Alles Klar! Teil A, S. 75).....	74
Abbildung 5: Bezug Zehner- und Fünferreihe (Alles Klar! Teil A, S. 81) .....	75
Abbildung 6: Bezug Vierer- und Achterreihe (Alles Klar! Teil B, S. 8) ..	75
Abbildung 7: Zerlegung einer Malaufgabe (MiniMax, Teil B, S. 34) .....	77
Abbildung 8: Visuelle Unterstützung - Zehnerreihe (MiniMax, Teil B, S. 27).....	79
Abbildung 9: Visuelle Unterstützung - Rechengeschichte (MiniMax, Teil B, S. 64).....	79
Abbildung 10: Spielidee - Malrechnen üben (MiniMax, Teil B, S. 69) ..	79
Abbildung 11: Differenzierung (MiniMax) .....	80
Abbildung 12: Bezug Zweier- und Viererreihe (MiniMax, Teil A, S. 82)81	
Abbildung 13: Zerlegungsaufgaben (MiniMax, Teil B, S. 37) .....	81
Abbildung 14: Visuelle Unterstützung - Fünferreihe (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren. S. 14).....	83
Abbildung 15: Visuelle Unterstützung - Rechengeschichte (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren, S. 29).....	84
Abbildung 16: Differenzierung (Flex und Flo, Multiplizieren und Dividieren, S. 2) .....	85
Abbildung 17: Visuelle Unterstützung - Punktefelder (Das Zahlenbuch, S. 71) .....	87
Abbildung 18: Visuelle Unterstützung - Zahlenstrahl (Das Zahlenbuch, S. 78) .....	88
Abbildung 19: Bezug zum Alltag (Das Zahlenbuch, S. 68) .....	88

Abbildung 20: Visuelle Unterstützung - Zahlenstrahl (Zahlenreise, Teil 1, S. 20) .....	91
Abbildung 21: Visuelle Unterstützung - Tauschaufgaben und Schlüsselaufgaben (Zahlenreise, Teil 2, S. 90).....	91
Abbildung 22: Bezug zum Alltag (Zahlenreise, Teil 2, S. 95).....	92
Abbildung 23: Verdoppelungsaufgaben (Zahlenreise, Teil 2, S. 119) ..	93
Abbildung 24: Ableitungsstrategien (Zahlenreise, Teil 2, S. 144) .....	94

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Aufbau des Interview-Leitfadens .....	55
Tabelle 2: Stichprobenbeschreibung.....	57

## Anhang

### Interviewleitfaden - Erarbeitung des kleinen Einmaleins

Vielen Dank, dass Sie sich heute Zeit für dieses Interview nehmen. Ich studiere derzeit das Lehramt Primarstufe an der Pädagogischen Hochschule der Diözese Linz. Im Rahmen meiner Masterarbeit zum Thema „Erarbeitung des kleinen Einmaleins“ darf ich heute mit Ihnen dieses Gespräch führen.

In persönlichen Gesprächen mit Lehrer\*innen möchte ich herausfinden, wie die Erarbeitung des kleinen Einmaleins in Volksschulen Niederösterreichs stattfindet.

Damit Ihre wertvollen Informationen festgehalten werden und diese im Anschluss effektiv ausgewertet werden können, möchte ich das Interview gerne aufzeichnen. Selbstverständlich können Sie bei jeder Frage entscheiden, ob Sie diese beantworten möchten oder nicht.

Sind Sie damit einverstanden?

Ich versichere Ihnen, dass die erhobenen personenbezogenen Daten und die Inhalte der Befragung anonymisiert und nach der Auswertung sofort gelöscht werden. Die Daten werden vertraulich behandelt und nicht an Dritte weitergegeben.

Haben Sie noch Fragen, bevor wir beginnen?

Am Beginn unseres Interviews möchte ich Sie dazu einladen, mir kurz von Ihrer Person und Ihrem beruflichen Werdegang zu erzählen.

1. Welche Grundausbildung haben Sie? Wann haben Sie diese abgeschlossen?
2. Wie lange arbeiten Sie schon aktiv in diesem Beruf?
3. In welcher Funktion sind Sie derzeit angestellt?

(Vollzeit/Teilzeit; Stützlehrerin/klassenführende LP)

a. In welcher Klasse unterrichten Sie derzeit?

b. Haben Sie schon einmal eine 2. Schulstufe unterrichtet?

Grundsätzlich wird bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins zwischen 3 verschiedenen Möglichkeiten unterschieden.

Der traditionelle Ansatz, bei dem die Malreihen nacheinander auswendig gelernt werden,

das Ableiten innerhalb einer Reihe, bei der Malaufgaben von anderen abgeleitet werden, jedoch wird eine Reihe nach der anderen gelernt und der konsequent ganzheitliche Ansatz, bei dem die Malaufgaben abgeleitet werden und die einzelnen Reihen dabei keine Rolle spielen.

4. Können Sie sich erinnern, auf welche Art Sie selbst in Ihrer Grundschulzeit das kleine Einmaleins gelernt haben? Über Ableitungen oder lediglich Auswendiglernen?
5. Welche Vor- und Nachteile sehen Sie in der Erarbeitung nach traditioneller Art, bei der die Malreihen rein auswendig gelernt werden?
6. Welche der 3 Erarbeitungsmöglichkeiten forcieren Sie in Ihrem Unterricht?
7. Setzen Sie Materialien zur Veranschaulichung bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins im Unterricht ein, wenn ja, welche?
8. Welches Schulbuch verwendeten Sie zuletzt in der 2. Schulstufe in Mathematik?
  - a. Wie zufrieden sind Sie mit diesem Buch?

b. Unterstützt es Ihrer Ansicht nach die ganzheitliche Erarbeitung des kleinen Einmaleins?

9. Wie sehen Sie die Rolle der Lehrkraft bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins?

10. Glauben Sie, dass der ganzheitliche Ansatz für alle Kinder sinnvoll ist, also auch für rechenschwache Kinder, wenn ja, warum, wenn nein, warum nicht?

Liebe Frau xx/Lieber Herr xx! Wir sind nun am Ende unseres Interviews angekommen. Vorerst möchte ich mich für die ausführliche Beantwortung der Fragen bei Ihnen bedanken!

11. Gibt es Aspekte, die Ihrer Meinung nach im Interview keine oder zu wenig Berücksichtigung fanden und noch erwähnt werden sollten? Haben Sie vielleicht noch offene Fragen an mich?

Ich bedanke mich für Ihre Offenheit und Ihre Zeit und wünsche Ihnen alles Gute!

## Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel „Wege zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins – Einblick in pädagogische Herangehensweisen“ selbst verfasst und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Behelfe verwendet habe. Außerdem habe ich ein Belegexemplar verwahrt.

Linz, am 08. August 2023

---

Ort, Datum

---

Unterschrift